UNIVERSIDADE da MADEIRA

Electromagnetismo

Série de exercícios 13

Nota: Os exercícios assinalados com ✠ serão resolvidos nas aulas.

1. Um diapasão oscila com uma frequência de 440 Hz. Se a velocidade de propagação do som no ar for de $340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, determine o comprimento de onda e o número de ondas do som. Escreva as expressões que representam a onda.

2. ✠ A luz propaga-se no vazio com uma velocidade de $3 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Calcule o comprimento de onda e o número de ondas correspondente a uma frequência de $5 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$, que é a da luz na região do vermelho do espectro visível. Escreva as espressões que representam a onda.

3. O campo eléctrico de uma onda electromagnética é, em unidades SI, descrito por

$$E_y = 100 \sin\left(1.00 \times 10^7 x - \omega t\right)$$

   Determine:

   (a) A amplitude das oscilações do campo magnético correpondente.

   (b) O comprimento de onda.

   (c) A frequência.

4. ✠ Uma onda electromagnética sinusoidal de frequência $40,0\,\mathrm{MHz}$ propaga-se no espaço livre na direcção x.

   (a) Determine o comprimento de onda e o período da onda.

   (b) Para o instante $t = 0$, o campo eléctrico num dado ponto atinge o seu valor máximo, $750\,\mathrm{N\,C^{-1}}$, e é dirigido segundo o eixo y. Calcule a magnitude e a direcção do campo magnético neste ponto no mesmo instante $t = 0$.

   (c) Escreva expressões para as variações espaço-tempo dos campos eléctrico e magnético da onda.

5. ✠ O campo eléctrico no espaço livre é dado por

$$\mathbf{E} = 50 \cos\left(10^8 t + kx\right) \mathbf{a}_y \,\mathrm{V/m}$$

   (a) Determine a direcção de propagação da onda.

   (b) Calcule k e o tempo que demora a onda a propagar-se uma distância $\lambda/2$.

   (c) Desenhe um esboço da onda para $t = 0, T/4, T/2$.

6. ✠ O campo eléctrico no espaço livre é dado por

$$\mathbf{E} = 10^3 \sin\left(\omega t - kz\right) \mathbf{a}_y \,\mathrm{V/m}$$

   Obtenha $\mathbf{H}(z, t)$.

7. ✠ Determine a distância de atenuação (ou seja, a profundidade de penetração) para uma onda de frequência 1,6 MHz no alumínio. A condutividade do alumínio é 38,2 M S m^{-1}, a permitividade relativa e a permeabilidade relativa são ambas 1. Determine também a velocidade de propagação da onda e a diferença de fase entre os campos eléctrico e magnético. Sugestão: se não se lembra das expressões pretendidas, pode deduzi-las utilizando a expressão para o campo eléctrico numa onda plana num meio condutor: $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_0 e^{-\beta z}\cos(\alpha z - \omega t + \varphi_E)$, onde

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}+1\right)^{1/2}, \quad \beta = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}-1\right)^{1/2}, \quad Q = \frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$$

8. Considere uma onda electromagnética plana que se propaga num meio condutor.

   (a) Escreva as expressões para as seguintes grandezas: a distância de atenuação da onda (ou seja, a profundidade de penetração), a velocidade de propagação da onda e a diferença de fase entre os campos eléctrico e magnético. Sugestão: se não se lembra das expressões pretendidas, pode deduzi-las utilizando a expressão para o campo eléctrico numa onda plana num meio condutor: $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_0 e^{-\beta z}\cos(\alpha z - \omega t + \varphi_E)$, onde

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}+1\right)^{1/2}, \quad \beta = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}-1\right)^{1/2}, \quad Q = \frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$$

   (b) Calcule estas grandezas para o caso em que a frequência da onda é 1,6 MHz e o meio em consideração possui as seguintes características: permitividade relativa é 700, permeabilidade relativa é 12 e condutividade eléctrica é 0.1 S m^{-1}.

Soluções:

1) $\lambda = 0,773\,\mathrm{m}$; $k = 8,13\,\mathrm{rad\,m^{-1}}$; $\xi = \xi_0 \sin[k(x-vt)] = \xi_0\sin[8,13(x-340t)]$ ou $\xi = \xi_0\sin[kx-\omega t] = \xi_0\sin[8,13x - 2\pi(440)t]$; 2) $\lambda = 6\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$; $k = 1,05\times 10^{7}\,\mathrm{rad\,m^{-1}}$; $\xi = \xi_0\sin[k(x-vt)] = \xi_0\sin[1,05\times 10^7(x - 3\times 10^8 t)]$ ou $\xi = \xi_0\sin[kx-\omega t] = \xi_0\sin[1,05\times 10^7 x - 2\pi(5\times 10^{14})t]$; 3a) $B_0 \approx 0.33\,\mu\mathrm{T}$; 3b) $\lambda \approx 0.628\,\mu\mathrm{m}$; 3c) $c \approx 4.78\times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$; 4a) $\lambda = 7,50\,\mathrm{m}$; $T = 2,50\times 10^{-8}\,\mathrm{s}$; 4b) $B_0 = 2,50\times 10^{-6}\,\mathrm{T}$ (o campo magnético é dirigido ao longo do eixo z); 4c) $E = 750\sin(kx-\omega t)$; $B = 2,50\times 10^{-6}\sin(kx-\omega t)$ com $\omega = 2,51\times 10^8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ e $k = 0,838\,\mathrm{rad\,m^{-1}}$; 5a) a onda propaga-se segundo $-x$ (ou $-\mathbf{a}_x$); 5b) $k = \frac{1}{3}\,\mathrm{rad\,m^{-1}}$; $t = 31,42\,\mathrm{ns}$; 6) $\mathbf{H} = H_0\sin(\omega t - kz)(-\mathbf{a}_x) = 2,65\sin(\omega t - kz)(-\mathbf{a}_x)\,(\mathrm{A\,m^{-1}})$ 7) $\Delta = 64\,\mu\mathrm{m}$; $v = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} = 647\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; $\Omega = 0.78\,\mathrm{rad} = 44.69\,°$; 8a) $\Delta = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}-1\right)^{1/2}}$; $v = \frac{\omega}{\alpha} = \left(\frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}+1}\right)^{1/2}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$; $\Omega = \arctan\frac{1}{\sqrt{Q^2+1}+Q}$; 8b) $\Delta = 0.49\,\mathrm{m}$; $v = 2.7\times 10^6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; $\Omega = 0.51\,\mathrm{rad} = 29\,°$.