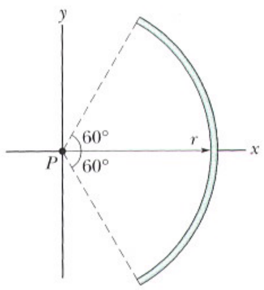
UNIVERSIDADE da MADEIRA

Electromagnetismo

Série de exercícios 2

Nota: Os exercícios assinalados com ✠ serão resolvidos nas aulas.

1. ✠ A figura mostra uma vara de plástico que possui uma carga distribuída uniformemente $-Q$. A vara foi dobrada num arco circular de $120\,°$ e de raio r. O eixo das coordenadas é tal que o eixo de simetria da vara é coincidente com ele e a origem do eixo está no centro de curvatura P da vara. Qual é o campo eléctrico $\mathbf{E}$ devido à vara no ponto P, em termos de Q e r?



$\boxed{\text{Solução 1:}}$ A expressão para o campo eléctrico pode ser escrita como: $\mathbf{E} = \frac{Kq}{r^2}\widehat{u}_r$

Para um elemento diferencial da vara temos: $d\mathbf{E} = \frac{Kdq}{r^2}\widehat{u}_r$

$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_2 \longrightarrow \widehat{r}_{12} = -\frac{\mathbf{r}_2}{r_2}$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_2 = (r_{2x}; r_{2y}) \\ \sin\theta = \frac{r_{2y}}{r_2}; \cos\theta = \frac{r_{2x}}{r_2} \end{cases} \longrightarrow \widehat{r}_{12} = -\frac{\mathbf{r}_2}{r_2} = -\frac{r_2(\cos\theta; \sin\theta)}{r_2} = -(\cos\theta; \sin\theta)$$

Podemos então escrever: $d\mathbf{E} = \frac{Kdq}{r^2}\widehat{u}_r = -\frac{Kdq}{r^2}(\cos\theta; \sin\theta)$

$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = -\int \frac{Kdq}{r^2}(\cos\theta; \sin\theta)$

Como $\begin{cases} \frac{dq}{dl} = \lambda \\ dl = rd\theta \end{cases}$ podemos escrever

$$\mathbf{E} = -\int_{\theta=-60\,°}^{\theta=60\,°} \frac{K\lambda r d\theta}{r^2}(\cos\theta; \sin\theta) = -\frac{K\lambda}{r}\int_{\theta=-60\,°}^{\theta=60\,°}(\cos\theta; \sin\theta)\,d\theta$$

$$= -\frac{K\lambda}{r}\left(\int_{\theta=-60\,°}^{\theta=60\,°}\cos\theta d\theta; \int_{\theta=-60\,°}^{\theta=60\,°}\sin\theta d\theta\right) = -\frac{K\lambda}{r}\left([\sin\theta]_{-60\,°}^{+60\,°}; [-\cos\theta]_{-60\,°}^{+60\,°}\right) = -\frac{K\lambda}{r}(2\sin 60\,°; 0)$$

Vamos agora determinar o valor de λ: $\lambda = \frac{q}{\text{comprimento}} = \frac{-Q}{\frac{2\pi r}{3}} = \frac{-3Q}{2\pi r}$.

$$\mathbf{E} = -\frac{K\lambda}{r}(2\sin 60\,°; 0) = -\frac{K\left(\frac{-3Q}{2\pi r}\right)}{r}(2\sin 60\,°; 0) = \frac{3QK}{\pi r^2}(\sin 60\,°; 0) = \frac{3Q}{4\varepsilon_0\pi^2 r^2}(\sin 60\,°; 0)\ \mathrm{N\,C^{-1}}.$$

$\boxed{\text{Solução 2:}}$ Como podemos ver pela figura as componentes segundo y acabam por se anular, devido a questões de simetria. Assim $E_P = \int dE_x$.

$$\begin{cases} dE = K\frac{dq}{r^2} \\ \frac{dq}{ds} = \lambda \\ dE_x = \cos\theta dE \end{cases} \implies E_P = \int dE_x = \int \cos\theta dE = \int \cos\theta K\frac{dq}{r^2} = \int \cos\theta K\frac{\lambda ds}{r^2}$$

Temos duas variáveis. Antes de integrarmos temos que nos livrar de uma delas:

$ds = rd\theta$.

$E_P = \int \cos\theta K\frac{\lambda ds}{r^2} = \int_{\theta=-60°}^{\theta=+60°} K\frac{\lambda r\cos\theta d\theta}{r^2} = \frac{K\lambda}{r}\int_{\theta=-60°}^{\theta=+60°}\cos\theta d\theta = \frac{K\lambda}{r}\left[\sin\theta\right]_{-60°}^{+60°}$

$= \frac{K\lambda}{r}\left[\sin 60° - \sin(-60°)\right] = \frac{K\lambda}{r}\left[\sin 60° + \sin(60°)\right] = 2\frac{K\lambda}{r}\sin 60° = 1.732\frac{K\lambda}{r}$.

Nota 1: Se tivéssemos posto os limites de integração ao contrário o resultado teria dado um valor negativo. Nesse caso retirávamos o sinal $-$ pois este resultado só nos dá a magnitude de $\mathbf{E}$.

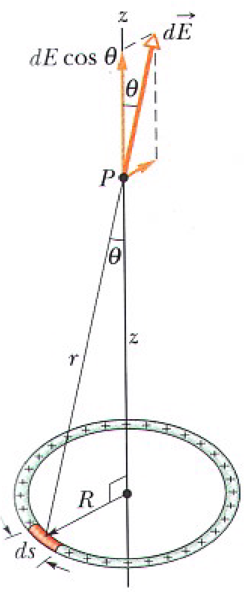
Nota 2: Entre $0°$ e $120°$ não funciona a integração.

Vamos agora determinar o valor de λ: $\lambda = \frac{q}{\text{comprimento}} = \frac{Q}{\frac{2\pi r}{3}} = \frac{3Q}{2\pi r} = 0.477\frac{Q}{r}$.

Finalmente: $E_P = 1.732\frac{K\lambda}{r} = 1.732\frac{K}{r}\left(0.477\frac{Q}{r}\right) = \frac{0.83KQ}{r^2}$

Ou na forma vectorial: $\mathbf{E}_P = \frac{0.83Kq}{r^2}\mathbf{u}_x$ onde Q é positivo.

2. ✠ Calcule o campo eléctrico no ponto P provocado por um anel de espessura muito fina ao longo do eixo central do anel a uma distância z do plano do anel ao longo do eixo. O raio do anel é R e possui uma densidade de carga linear uniforme e positiva (λ).



Solução: O campo eléctrico $d\mathbf{E}$ tem sempre duas componentes. Uma paralela ao eixo dos z e outra perpendicular. As componentes paralelas ao eixo dos z têm todas a mesma direcção, o mesmo sentido e a mesma magnitude. As componentes perpendiculares ao eixo acabam por se anular todas entre si.

$E_P = \int dE_z$.

$$\begin{cases} dE = K\frac{dq}{r^2} \\ \frac{dq}{ds} = \lambda \\ dE_z = \cos\theta dE \end{cases} \Longrightarrow E_P = \int dE_z = \int \cos\theta dE = \int \cos\theta K\frac{dq}{r^2} = \int \cos\theta K\frac{\lambda ds}{r^2} = K\lambda \int \cos\theta \frac{ds}{r^2}$$

Mas $\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$.

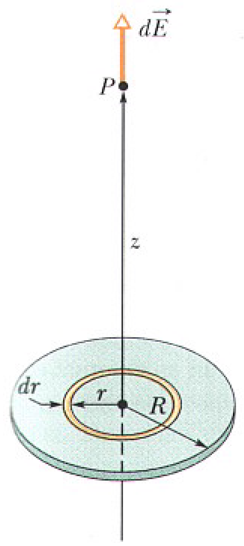
$E_P = K\lambda \int \cos\theta \frac{ds}{r^2} = K\lambda \int \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} \frac{ds}{R^2+z^2} = \frac{K\lambda z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \int_{s=0}^{s=2\pi R} ds = \frac{K\lambda z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} (2\pi R) = \frac{2\pi RK\lambda z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$

Vamos agora determinar o valor de λ: $\lambda = \frac{Q}{\text{comprimento}} = \frac{q}{2\pi R}$.

Finalmente: $E_P = \frac{2\pi RK\frac{q}{2\pi R}z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{Kqz}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Nota: Para distâncias grandes temos $z \gg R \Longrightarrow E_P \approx \frac{Kq}{z^2}\,\mathrm{N\,C^{-1}}$, ou seja é como se fosse uma carga pontual que estivesse a produzir o campo.

3. ✠ A figura mostra um disco de plástico de raio R que possui uma carga de superfície positiva de densidade uniforme σ na parte de cima da superfície.



(a) Qual é o campo eléctrico no ponto P, à distância z do disco ao longo do eixo central?

(b) ✠ Deduza a partir da expressão encontrada na alínea anterior a expressão para distâncias z muito grandes.

Solução: a) Usando o exercício anterior sabemos que o campo no ponto P devido a um anel de espessura muito fina é dado por: $\frac{Kzdq}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$, onde se substitui o R por r e q por dq.

Se somarmos a contribuição provocado por todos os aneis teremos o campo total: $E_P = \int \frac{Kzdq}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

dq relaciona-se com a densidade de carga superficial da seguinte forma: $\sigma = \frac{dq}{dA}$. dA pode ser escrito como: $dA = 2\pi r dr$ (imaginamos o nosso anel esticado de maneira a formar um rectângulo de lados $2\pi r$ e dr).

Assim podemos escrever: $\sigma = \frac{dq}{2\pi r dr}$

$E_P = \int \frac{Kzdq}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = \int \frac{Kz\sigma 2\pi r dr}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = \pi\sigma z K \int_{r=0}^{r=R} \frac{2rdr}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$

Para resolver este integral vale a pena recordar a seguinte fórmula:

$\int y^m dy = \frac{y^{m+1}}{m+1}$; seja $y = r^2 + z^2$, $m = -\frac{3}{2}$, $\frac{dy}{dr} = 2r \longrightarrow dy = 2rdr$

Assim temos: $\int \left(r^2 + z^2\right)^{-\frac{3}{2}} 2rdr = \int y^m dy = \frac{y^{m+1}}{m+1} = \frac{\left(r^2+z^2\right)^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} = -\frac{2}{\sqrt{r^2+z^2}}$

$E_P = \pi\sigma z K \left[-\frac{2}{\sqrt{r^2+z^2}}\right]_{r=0}^{r=R} = \pi\sigma z K \left[-\frac{2}{\sqrt{R^2+z^2}} + \frac{2}{z}\right]$

$= 2\pi\sigma K \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]$ N C^{-1}.

Outra resposta possível: $E_P = 2\pi\sigma \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]$ N C^{-1}.

b) Se substituirmos $R^2 + z^2$ por z^2 (quando $z \gg R$) obtemos $E \longrightarrow 0$. Embora seja correcto, estamos interessados na dependência, e isto não nos diz nada acerca da dependência. Podemos encontrar a dependência pretendida usando a expansão binomial $(1+\varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$, quando $\varepsilon \to 0$.

Assim ficamos com: $\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{1}{\left(\left(\frac{R}{z}\right)^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2$.

Agora se usarmos apenas o primeiro termo desta expansão obtemos o resultado já discutido ($E = 0$), mas se usarmos os dois primeiros termos obtemos

$E_P = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right] \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2\right)\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2$

Como $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$ ficamos com: $E_P = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 \pi R^2}\frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} = K\frac{Q}{z^2}$ N C^{-1}.

Ou usando a outra expressão: $E_P = 2\pi\sigma K\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right] \approx 2\pi\sigma K\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2\right)\right] = K\pi\sigma\left(\frac{R}{z}\right)^2$,

como $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$ ficamos com: $E_P = K\pi\frac{Q}{\pi R^2}\left(\frac{R}{z}\right)^2 = K\frac{Q}{z^2}$ N C^{-1}.

4. ✠ Um campo eléctrico é dado por $\mathbf{E} = \left(\frac{x}{2} + 2y\right)\mathbf{a}_x + 2x\mathbf{a}_y$ (V m^{-1}). Encontre o trabalho efectuado em movimentar uma carga pontual $Q = -20\,\mu$C

   (a) da origem para $(4, 0, 0)$ m.

   (b) de $(4, 0, 0)$ m para $(4, 2, 0)$ m.

5. ✠ Para o campo eléctrico do exercício anterior, encontre o trabalho feito para mover a mesma carga de $(4, 2, 0)$ m até à origem ao longo de uma linha recta.

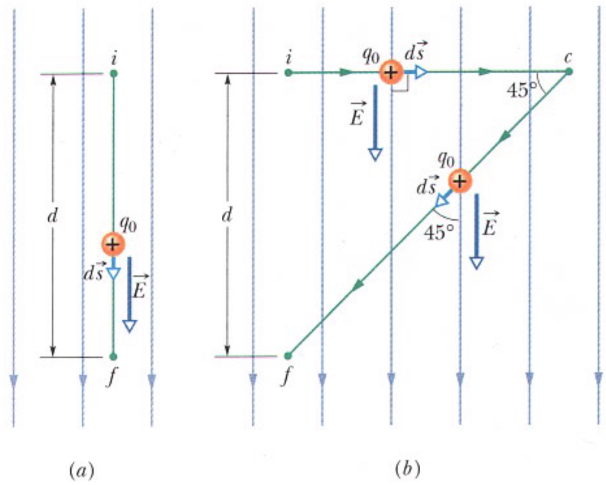
6. Um campo eléctrico é dado por $\mathbf{E} = y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$. Determine o trabalho efectuado no transporte de uma carga de 2 C de $B\,(1, 0, 1)$ para $A\,(0.8, 0.6, 1)$ ao longo do arco mais curto do círculo $x^2 + y^2 = 1; z = 1$.

7. Determine novamente o trabalho para deslocar 2 C de B para A no mesmo campo eléctrico do exercício anterior, mas desta vez através de uma linha recta entre B e A.

8. ✠ Os electrões são continuamente ejectados das moléculas do ar na atmosfera pelas partículas dos raios cósmicos provenientes do espaço. Depois de libertado, cada electrão está sujeito a uma força electrostática $\mathbf{F}$ devido ao campo eléctrico $\mathbf{E}$ que é produzido na atmosfera por partículas carregadas já existentes na Terra. Perto da superfície terrestre o campo eléctrico tem magnitude $E = 150$ N C^{-1} e é dirigido para baixo. Qual é a variação da energia potencial eléctrica ΔU de um

electrão largado quando a força electrostática faz com que ele se mova verticalmente para cima uma distância $d = 520\,\mathrm{m}$? Considere que a carga do electrão é $-1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

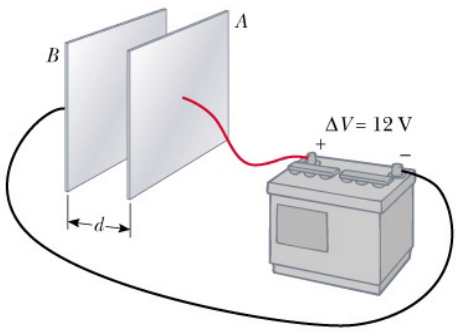
9. ✠ A figura a) mostra dois pontos i e f num campo eléctrico uniforme $\mathbf{E}$. Os pontos encontram-se na mesma linha de campo eléctrico (não mostrada) e encontram-se separados por uma distância d.



   (a) Encontre a diferença de potencial $\varphi_f - \varphi_i$ movendo uma carga de teste positiva q_0 de i para f ao longo da trajectória ilustrada na figura (a), que é paralela à direcção do campo.

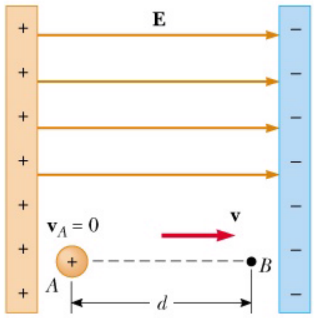
   (b) Encontre a diferença de potencial $\varphi_f - \varphi_i$ movendo uma carga de teste positiva de i para f ao longo do trajecto icf representado na figura (b).

10. Uma bateria tem os seus terminais ligados a duas placas paralelas, como se mostra na figura. A diferença de potencial da bateria é de $12\,\mathrm{V}$. A separação entre as placas é $d = 0,30\,\mathrm{cm}$, e assume-se que o campo eléctrico entre as placas é uniforme. (Esta suposição é razoável se a separação entre as placas é pequena relativamente às dimensões das placas e se não considerarmos posições perto das bordas das placas.) Encontre a magnitude do campo eléctrico entre as placas.



11. ✠ Um protão é largado a partir do repouso num campo eléctrico uniforme que tem uma magnitude de $8,0 \times 10^4\,\mathrm{V\,m^{-1}}$ (ver figura). O protão sofre um deslocamento de $0,50\,\mathrm{m}$ na direcção de $\mathbf{E}$.

Considere que a carga do protão é 1.60×10^{-19} C e que a sua massa é 1.67×10^{-27} kg.



Determine:

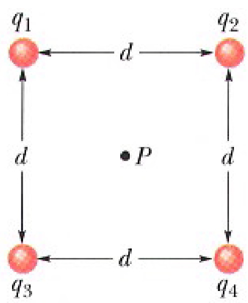
(a) a diferença de potencial entre os pontos A e B $(V_b - V_a)$.

(b) a variação de energia potencial do sistema protão-campo para este deslocamento.

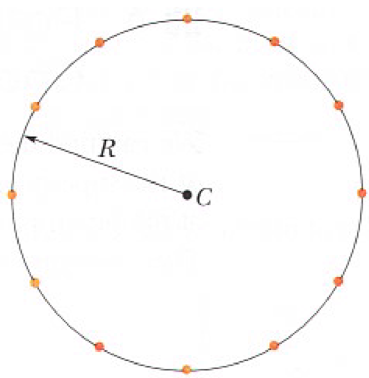
(c) a velocidade do protão após completar o deslocamento de $0,50\,\mathrm{m}$ no campo eléctrico.

12. ✠ Qual é o potencial eléctrico no ponto P, localizado no centro do quadrado de cargas pontuais ilustrado na figura? A distância d é $1,3\,\mathrm{m}$ e as cargas são

$$q_1 = +12\,\mathrm{nC} \qquad q_3 = +31\,\mathrm{nC}$$
$$q_2 = -24\,\mathrm{nC} \qquad q_4 = +17\,\mathrm{nC}$$



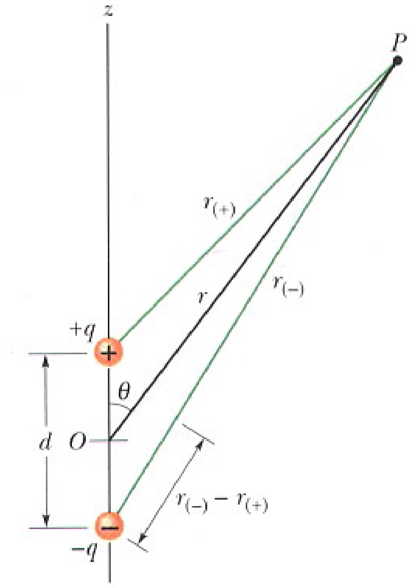
13. Na figura, 12 electrões (de carga $-e$) estão igualmente espaçados e fixos à volta de um círculo de raio R. Relativamente a um potencial no infinito nulo, quais são o potencial eléctrico e o campo eléctrico no centro do círculo devido a estes electrões?



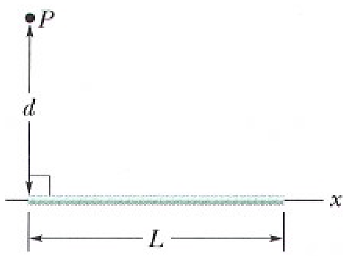
14. ✠ Considere o dipolo eléctrico da figura.

(a) Determine o potencial φ num ponto P arbitrário

(b) ✠ Determine também uma expressão aproximada para o caso particular $r \gg d$.

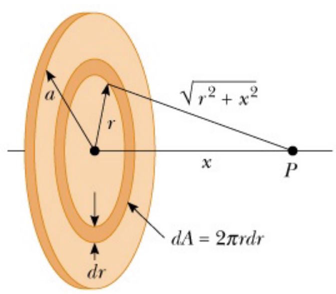


15. ✠ Na figura uma vara fina não condutora de comprimento L possui uma carga positiva e uniforme de densidade linear λ. Determine o potencial do campo eléctrico induzido pela vara, no ponto P que se situa a uma distância d perpendicular à extremidade esquerda da vara.



Informação de referência: $\int \frac{dz}{(z^2+a^2)^{\frac{1}{2}}} = \ln\left[z + (z^2+a^2)^{\frac{1}{2}}\right]$

16. A figura mostra um disco de plástico de raio a que possui uma carga de superfície positiva de densidade uniforme σ na parte de cima da superfície. Obtenha uma expressão para $\varphi(x)$, o potencial eléctrico em qualquer ponto do eixo central.



17. ✠ O potencial eléctrico em qualquer ponto do eixo central de um disco uniformemente carregado é (refira-se à figura do problema anterior).

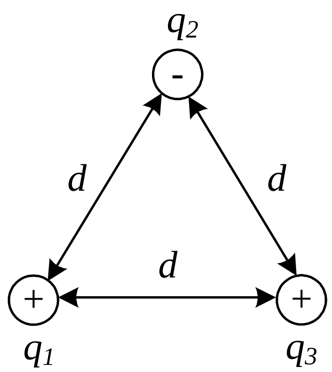
$$\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+a^2} - x\right)$$

Usando esta expressão obtenha uma expressão para o campo eléctrico em qualquer ponto no eixo do disco.

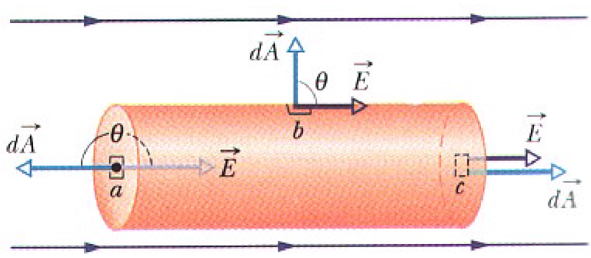
18. ✠ A figura mostra três cargas pontuais mantidas em posições fixas por forças que não são mostradas. Qual é a energia potencial eléctrica U deste sistema de cargas? Assuma que $d = 12\,\text{cm}$ e que

$$q_1 = +q \qquad q_2 = -4q \qquad q_3 = +2q$$

em que $q = 150\,\text{nC}$.



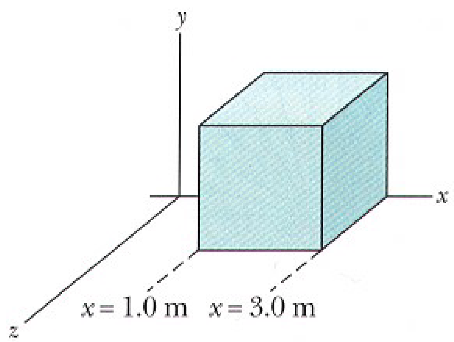
19. ✠ A figura mostra uma superfície Gaussiana na forma de um cilindro de raio R imerso num campo eléctrico uniforme $\mathbf{E}$, com o eixo do cilindro paralelo ao campo. Qual é o fluxo Φ do campo eléctrico através desta superfície fechada?



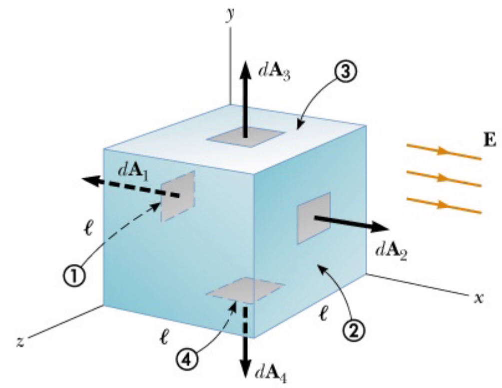
20. ✠ Qual é o fluxo eléctrico através de uma esfera que tem um raio $r = 1,00\,\text{m}$ e possui uma carga $+1,00\,\mu\text{C}$ no seu centro?

21. ✠ Um campo eléctrico não uniforme dado por $\mathbf{E} = 3,0x\hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath}$ trespassa o cubo Gaussiano ilustrado na figura. (E está em newtons por coulomb e x em metros.) Qual é o fluxo elétrico

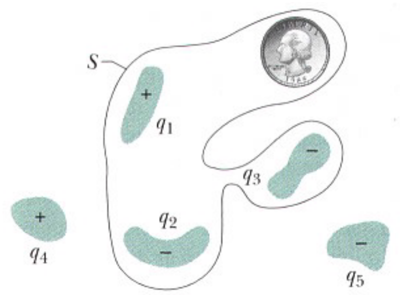
através da face da direita, da face da esquerda e da face do topo?



22. Considere um campo eléctrico uniforme **E** orientado segundo x. Encontre o fluxo eléctrico total através da superfície de um cubo de lado l, orientado como se mostra na figura.



23. A figura mostra cinco pedaços de plásico carregados e uma moeda electricamente neutra. Uma superfície Gaussiana é indicada (S). Qual é o fluxo eléctrico total através da superfície se $q_1 = q_4 = +3,1\,\mathrm{nC}$, $q_2 = q_5 = -5,9\,\mathrm{nC}$, e $q_3 = -3,1\,\mathrm{nC}$?



24. Partindo da lei de Gauss, calcule o campo eléctrico devido a uma carga pontual isolada q.

25. ✠ Uma esfera sólida isolada de raio a possui uma densidade volúmica uniforme ρ e transporta uma carga total positiva Q.Calcule a magnitude do campo eléctrico para um ponto

   (a) exterior à esfera.

   (b) interior à esfera.

26. Uma superfície esférica fina de raio a possui uma carga total Q distribuída uniformemente sobre a sua superfície. Encontre o campo eléctrico em pontos

    (a) fora da superfície

    (b) no interior da superfície.

27. Encontre o campo eléctrico provocado por uma linha infinitamente longa de carga positiva e com densidade de carga por unidade de comprimento constante e igual a λ a uma distância r perpendicular à linha .

28. Encontre o campo eléctrico devido a um plano infinito de carga positiva com densidade de carga superficial uniforme σ.

Soluções:

1) $\mathbf{E}_P = \frac{3QK}{\pi r^2}(\sin 60\,°; 0) = \frac{3Q}{4\varepsilon_0 \pi^2 r^2}(\sin 60\,°; 0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{0.83Q}{r^2}\mathbf{u}_x \quad (\mathrm{N\,C^{-1}})$; 2) $E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi R\lambda z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\mathrm{N\,C^{-1}})$; 3a) $E_P = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) \quad (\mathrm{N\,C^{-1}})$; 3b) $E_P = \frac{1}{4\varepsilon_0}\frac{\sigma R^2}{z^2}$; 4a) $80\,\mu\mathrm{J}$; 4b) $320\,\mu\mathrm{J}$; 5) $-400\,\mu\mathrm{J}$; 6) $-0,96\,\mathrm{J}$;7) $-0,96\,\mathrm{J}$; 8) $\Delta U = -1,2\times 10^{-14}\,\mathrm{J}$; 9a) $\varphi_f - \varphi_i = -Ed$; 9b) $\varphi_f - \varphi_i = -Ed$; 10) $E = 4,0\times 10^3\,\mathrm{V\,m^{-1}}$; 11a) $\Delta\varphi = -4,0\times 10^4\,\mathrm{V}$; 11b) $\Delta U = -6,4\times 10^{-15}\,\mathrm{J}$; 11c) $v = 2,8\times 10^6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; 12) $\varphi \approx 350\,\mathrm{V}$; 13) $\varphi = -\frac{12}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{R}$, $\mathbf{E} = 0$; 14a) $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}$; 14b) $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2}$; 15) $\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left[\frac{L+\left(L^2+d^2\right)^{\frac{1}{2}}}{d}\right]$; 16) $\varphi(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+a^2} - x\right)$; 17) $E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)$; 18) $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{q_1q_3}{r_{13}}\right)$; 19) $\Phi = 0\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$; 20) $\Phi = 1,13\times 10^5\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$; 21) $\Phi_d = 36\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$, $\Phi_e = -12\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$, $\Phi_t = 16\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$; 22) $\Phi_t = 0\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$; 23) $\Phi = -670\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$; 24) $E = k_e\frac{q}{r^2}$; 25a) $E = k_e\frac{q}{r^2}$; 25b) $E = k_e\frac{q}{a^3}r$; 26a) $E = k_e\frac{q}{r^2}$; 26b) $E = 0$; 27) $E = 2k_e\frac{\lambda}{r}$; 28) $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$