

1	2	3	4	5	6	7	T

Cadeira: **ELECTROMAGNETISMO**

Época: **Normal**

Ano lectivo: 2016/2017 (1º Semestre)

TESTE 2 (2016/12/03)

Duração: 1,5 horas

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_ Curso: **LEET**

A(s) questão(ões) 1 a 5 deve(m) ser respondida(s) neste enunciado. Nestas questões não se deve apresentar (e não serão cotadas) deduções ou cálculos; não vale a pena apresentar várias variantes da resposta (se, porventura, forem contraditórias, a resposta será considerada incorrecta). A(s) restante(s) questão(ões) deve(m) ser respondida(s) nas folhas de prova com as deduções e os cálculos relevantes. Constantes universais que podem ser necessárias para avaliações numéricas:  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ ,  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$ , massa de um electrão  $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

1. [2] A intensidade do campo eléctrico é definida da seguinte maneira: se uma carga  $q_0$  em repouso está sujeita à acção de uma força  $\mathbf{F}$ , então existe neste ponto do espaço um campo eléctrico definido pela equação  $\mathbf{F} = q_0\mathbf{E}$ . Escreva uma definição semelhante para o caso do campo magnético.

Res: se uma carga  $q_0$  que se move a uma velocidade  $\mathbf{v}$  esta sujeita à acção de uma força  $\mathbf{F}$ , então existe neste ponto do espaço um campo magnético que satisfaz à equação vectorial  $\mathbf{F} = q_0\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Se nesta explicação a equação está escrita na forma escalar ( $F = q_0vB$ ), dá-se a metade da pontuação. Se está escrita apenas a equação  $\mathbf{F} = q_0\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  sem explicação, dá-se a metade da pontuação. Se está escrita apenas a equação na forma escalar ( $F = q_0vB$ ) sem explicação, dá-se um quarto da pontuação.

2. [3]

- (a) A secção circular de raio  $R$  de um fio rectilíneo é atravessada por uma corrente  $I$  uniformemente distribuída. Qual é o módulo do campo magnético na superfície do fio?

Resposta \_\_\_\_\_

- (b) O metal nióbio (Nb) torna-se supercondutor quando arrefecido a temperaturas abaixo de 9 K. A sua supercondutividade é destruída quando o nióbio fica sujeito a um campo magnético superior a 100 mT. Determine a corrente máxima que um fio de nióbio de diâmetro 2.0 mm pode transportar permanecendo supercondutor, na ausência de campos magnéticos externos.

Resposta \_\_\_\_\_

Avali: 1 + 2 Res: a)  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$  b)  $I = \frac{B2\pi r}{\mu_0} = \frac{100 \text{ mT} 2\pi 1 \text{ mm}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}} = 500 \text{ A}$

3. [2] Uma corrente  $I = I_0 \cos \omega t$  percorre um solenóide longo que possui  $n$  espiras por unidade de comprimento e é preenchido por uma substância de permitividade  $\mu$ . Uma espira de área  $S$  foi colocada no interior do solenóide, sendo o plano da espira perpendicular ao eixo do solenóide. Escreva a fórmula para a f.e.m. induzida na espira.

Resposta \_\_\_\_\_

$$\text{Resp: } \varepsilon = -\frac{d}{dt} \left( \underbrace{B}_{\mu n I} S \right) = -\mu n S \underbrace{\frac{dI}{dt}}_{-I_0 \omega \sin \omega t} = \mu n S I_0 \omega \sin \omega t$$

4. [2] O campo magnético dentro de uma barra de chumbo colocada dentro de um solenóide é igual a 15,000000 mT. Qual seria o campo magnético se o solenóide fosse vazio? A susceptibilidade magnética do chumbo é  $1.7 \times 10^{-5}$ .

**Resposta:** \_ \_ \_ \_

$$\text{Res: } B_{\text{no vazio}} = \frac{B_{\text{na substância}}}{1 + \chi_m} = \frac{15.000000 \text{ mT}}{1 + 1.7 \times 10^{-5}} = 14.999745 \text{ mT}$$

5. [2] A carga nas placas de um condensador plano ideal varia com o tempo de acordo com a fórmula  $q = \frac{q_0}{1+at}$ , onde  $q_0$  e  $a$  são constantes dadas. A área das placas é  $A$ .

- (a) Escreva a fórmula para a densidade de corrente de deslocamento dentro do condensador.

**Resposta** \_ \_ \_ \_

- (b) Calcule o valor numérico da densidade de corrente de deslocamento no instante  $t = 1 \mu\text{s}$  para as seguintes condições:  $q_0 = 2 \mu\text{C}$ ,  $a = 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ,  $A = 1 \text{ cm}^2$ .

**Resposta** \_ \_ \_ \_

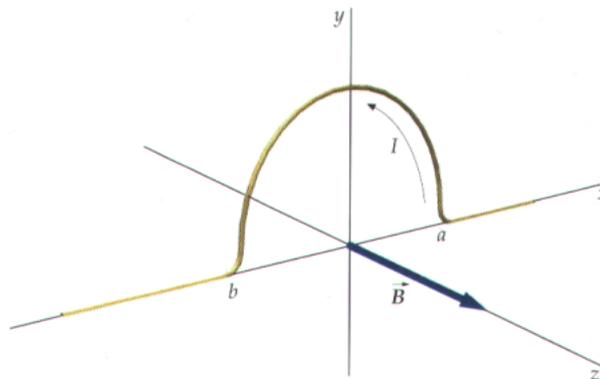
Avali: 1+1 Res.: (a)

$$j = \frac{1}{A} \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0 a}{A(1+at)^2}$$

- (b)

$$j = \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C} \times 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}}{1 \text{ cm}^2 (1 + 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \times 1 \mu\text{s})^2} = 2.778 \times 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

6. [5] Um fio dobrado num loop semicircular de raio  $R$  encontra-se no plano  $xy$  e transporta uma corrente  $I$  do ponto  $a$  para o ponto  $b$ , como se mostra na figura. Existe um campo magnético uniforme  $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$  perpendicular ao plano do loop. Encontre a força que actua sobre o loop.



7. [4] Um solenóide de indutância de 53 mH e de resistência de  $0,37 \Omega$  é ligado, num certo momento do tempo, a uma bateria. Quanto tempo demora até que a corrente que percorre o solenóide atinja metade do seu valor final (i.e., do valor no estado estacionário)? Informação de referência: a solução geral da equação diferencial  $\frac{dy}{dx} + ay + b = 0$  é  $y = -\frac{b}{a} + Ce^{-ax}$ .

$$\text{R: } \varepsilon = RI - \varepsilon_L \Leftrightarrow \varepsilon = RI - (-L \frac{dI}{dt}) \Leftrightarrow \frac{dI}{dt} - \frac{\varepsilon}{L} + \frac{RI}{L} = 0 \Leftrightarrow \frac{dI}{dt} + \frac{RI}{L} - \frac{\varepsilon}{L} = 0 \Leftrightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Para  $t = 0 \text{ s}$  temos que  $I = 0$ , assim  $0 = \frac{\varepsilon}{R} + C \Leftrightarrow C = -\frac{\varepsilon}{R}$ . Ficamos com  $I = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

No equilíbrio temos ( $t \rightarrow \infty$ ):  $I_\infty = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \approx \frac{\varepsilon}{R}$ . Queremos  $t$  para o qual  $I = \frac{I_\infty}{2} = \frac{\frac{\varepsilon}{R}}{2} = \frac{\varepsilon}{2R}$ . Vamos determinar esse tempo:  $I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{R}{L}t} \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} = -\frac{R}{L}t \Leftrightarrow t = -\frac{L}{R} \ln \frac{1}{2} \approx 9.93 \times 10^{-2} \text{ s} \approx 0.10 \text{ s}$