UNIVERSIDADE da MADEIRA

Mecânica dos Meios Contínuos

Série de exercícios 7 - Fluido viscoso de Newton

Nota: Os exercícios assinalados com ✠ serão resolvidos nas aulas.

1. Um copo com água move-se verticalmente para cima com aceleração constante **a**. Encontre a pressão num ponto cuja profundidade a partir da superfície da água é h.

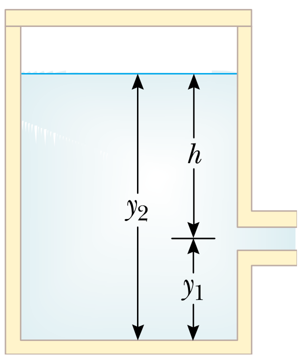
2. Numa aplicação de astrofísica, uma atmosfera tem a relação entre a densidade ρ e a pressão p dada por
$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$$
onde p_0 e ρ_0 são a pressão e a densidade de referência. Encontre as distribuições de pressão e de densidade.

3. Assuma que o ar é um gás ideal cuja temperatura varia linearmente com a altitude na forma $T = T_0 - \alpha x_3$ onde T_0 é a temperatura ao nível do chão e x_3 dá-nos a altura acima do chão. Determine a pressão do ar na atmosfera em função de x_3 nas condições de hidrostática.

4. Um fluido barotrópico tendo a equação de estado $p = \lambda\rho^k$ onde λ e k são constantes está em repouso num campo de gravidade na direcção de x_3. Determine a pressão no fluido em relação a x_3 e p_0 (a pressão para $x_3 = 0$).

5. O sangue flui de uma artéria de raio 0.3 cm, onde a velocidade é $10\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$, para uma região onde o raio é reduzido para 0.2 cm devido ao espessamento das paredes arteriais (arteriosclerose). Qual é a velocidade do sangue na região mais estreita?

6. Um tanque fechado contendo um líquido de densidade ρ possui um orifício no seu lado a uma distância y_1 da base do tanque (ver figura). O orifício está aberto para a atmosfera, e o seu diâmetro é muito menor que o diâmetro do tanque. O ar em cima do líquido é mantido a uma pressão p. Determine a velocidade do líquido ao sair pelo orifício quando o nível do líquido acima do orifício é h (despreze a viscosidade).



7. Num cano de área de secção transversal $4.0\,\mathrm{cm^2}$ água move-se com uma velocidade de $5.0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. A água desce gradualmente 10 m à medida que o cano aumenta a sua área para $8.0\,\mathrm{cm^2}$.

   (a) Qual é a velocidade da água no nível mais baixo?

   (b) Se a pressão ao nível mais elevado for 1.5×10^5 Pa, qual será a pressão ao nível mais baixo?

8. Considere a seguinte expressão para o potencial da velocidade para um fluido homogéneo incompressível que se encontra sujeito à força gravítica ao longo do eixo z.

$$\varphi = x^3 - 3xy^2$$

   (a) Mostre que φ satisfaz a equação de Laplace.
   (b) Encontre o campo de velocidade irrotacional.
   (c) Encontre a pressão sabendo que $p = p_0$ no ponto $(0,0,0)$

Soluções:

1) $p = p_0 + \rho\,(a+g)\,h$; 2) Se $n = 1$: $p = p_0 \exp\left(\frac{-\rho_0 g (z-z_0)}{p_0}\right)$, $\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{1}{n}\frac{\rho_0 g(z-z_0)}{p_0}\right)$; se $n \neq 1$: $p = \left(p_0^{\frac{n-1}{n}} + \frac{n-1}{n}\left(-\rho_0 g p_0^{\frac{-1}{n}}\,(z-z_0)\right)\right)^{\frac{n}{n-1}}$, $\rho = \rho_0 \frac{\left(p_0^{\frac{n-1}{n}} + \frac{n-1}{n}\left(-\rho_0 g p_0^{\frac{-1}{n}}\,(z-z_0)\right)\right)^{\frac{1}{n-1}}}{p_0^{\frac{1}{n}}}$; 3) $p = p_0\left(\frac{T_0 - \alpha x_3}{T_0}\right)^{\frac{Mg}{R\alpha}}$; 4) Se $k = 1$: $p = p_0 \exp\left(-\frac{g x_3}{\lambda}\right)$; se $k \neq 1$: $p = \left(-\frac{k-1}{k}\frac{g x_3}{\lambda^{\frac{1}{k}}} + p_0^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{k}{k-1}}$; 5) $v_2 = 22.5\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$; 6) $v_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho}\,(p-p_0) + 2gh}$; 7a) $v_2 = 2.5\,\mathrm{m/s}$; 7b) $p_2 \approx 2.6 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; 8b) $\mathbf{v} = (3x^2 - 3y^2, -6xy, 0)$; 8c) $p = p_0 - \frac{\rho v^2}{2} - \rho g z = p_0 - \frac{\rho}{2}\left((3x^2-3y^2)^2 + (6xy)^2\right) - \rho g z$.