

1 Cálculos para ver se são ondas que se propagam ou se são ondas estacionárias

1.1 Relações trigonométricas úteis

- $a \sin A + b \cos A = r \sin(A + B)$; com $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan B = \frac{b}{a}$
- $\sin A \pm \sin B = 2 \sin \frac{A \pm B}{2} \cos \frac{A \mp B}{2}$

1.2 Exemplos

1.2.1 Exemplo 1

$$\begin{aligned} u_1 &= \alpha \sin \frac{2\pi}{l} (x_1 - c_L t) + \beta \cos \frac{2\pi}{l} (x_1 - c_L t) \\ &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sin \left(\frac{2\pi}{l} (x_1 - c_L t) + \arctan \frac{\beta}{\alpha} \right) \end{aligned}$$

Vemos que se trata de uma onda progressiva.

1.2.2 Exemplo 2

$$\begin{aligned} u_1 &= \varepsilon [\sin \beta (x_3 - ct) + \alpha \sin \beta (x_3 + ct)], & u_2 &= u_3 = 0 \\ u_3 &= \varepsilon [\sin \beta (x_3 - ct) + \alpha \sin \beta (x_3 + ct)], & u_1 &= u_2 = 0 \end{aligned}$$

Vemos que não conseguimos somar os senos. Assim estes deslocamentos resultam, cada um deles, da propagação de duas ondas.

- $u_1 = \varepsilon [\sin \beta (x_3 - ct) + \alpha \sin \beta (x_3 + ct)]$ resulta da propagação de duas ondas transversais, o termo $\varepsilon \sin \beta (x_3 - ct)$ representa a propagação de uma onda no sentido positivo do eixo x_3 o termo $\varepsilon \alpha \sin \beta (x_3 + ct)$ representa a propagação de uma onda no sentido negativo do eixo x_3 .
- $u_3 = \varepsilon [\sin \beta (x_3 - ct) + \alpha \sin \beta (x_3 + ct)]$ resulta da propagação de duas ondas longitudinais, o termo $\varepsilon \sin \beta (x_3 - ct)$ representa a propagação de uma onda no sentido positivo do eixo x_3 o termo $\varepsilon \alpha \sin \beta (x_3 + ct)$ representa a propagação de uma onda no sentido negativo do eixo x_3 .

Nota: Se $\alpha = 1$ temos uma onda estacionária:

Pois podemos usar a seguinte fórmula: $\sin A \pm \sin B = 2 \sin \frac{A \pm B}{2} \cos \frac{A \mp B}{2}$

Ficando com $\sin \beta (x_3 - ct) + \sin \beta (x_3 + ct) = 2 \sin \frac{\beta(x_3 - ct) + \beta(x_3 + ct)}{2} \cos \frac{\beta(x_3 - ct) - \beta(x_3 + ct)}{2} = 2 \sin \beta x_3 \cos \beta ct$

Esta é uma onda que não se propaga (não existe nenhum termo na forma $kx \pm \omega t$).