



UNIVERSIDADE da MADEIRA
Electromagnetismo
Série de exercícios 13

Nota: Os exercícios assinalados com ✠ serão resolvidos nas aulas.

- Um diapasão oscila com uma frequência de 440 Hz. Se a velocidade de propagação do som no ar for de 340 m s^{-1} , determine o comprimento de onda e o número de ondas do som. Escreva as expressões que representam a onda.
- ✠ A luz propaga-se no vácuo com uma velocidade de $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$. Calcule o comprimento de onda e o número de ondas correspondente a uma frequência de $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$, que é a da luz na região do vermelho do espectro visível. Escreva as expressões que representam a onda.
- O campo eléctrico de uma onda electromagnética é, em unidades SI, descrito por

$$E_y = 100 \sin(1.00 \times 10^7 x - \omega t)$$

Determine:

- A amplitude das oscilações do campo magnético correspondente.
 - O comprimento de onda.
 - A frequência.
- ✠ Uma onda electromagnética sinusoidal de frequência 40,0 MHz propaga-se no espaço livre na direcção do eixo x .
 - Determine o comprimento de onda e o período da onda.
 - Para o instante $t = 0$, o campo eléctrico num dado ponto atinge o seu valor máximo, 750 N C^{-1} , e é dirigido segundo o eixo y . Calcule a magnitude e a direcção do campo magnético neste ponto no mesmo instante $t = 0$.
 - Escreva expressões para as variações espaço-tempo dos campos eléctrico e magnético da onda.
 - ✠ O campo eléctrico no espaço livre é dado por

$$\mathbf{E} = 50 \cos(10^8 t + kx) \mathbf{a}_y \text{ V/m}$$

- Determine a direcção de propagação da onda.
 - Calcule k e o tempo que demora a onda a propagar-se uma distância $\lambda/2$ (λ é o comprimento de onda).
 - Desenhe um esboço da onda para $t = 0, T/4, T/2$ (T é o período da onda).
- ✠ O campo eléctrico no espaço livre é dado por

$$\mathbf{E} = 10^3 \sin(\omega t - kz) \mathbf{a}_y \text{ V/m}$$

Obtenha $\mathbf{H}(z, t)$.

7. ✘ Determine a distância de atenuação (ou seja, a profundidade de penetração) para uma onda de frequência 1,6 MHz no alumínio. A condutividade do alumínio é $38,2 \text{ MS m}^{-1}$, a permitividade relativa e a permeabilidade relativa são ambas 1. Determine também a velocidade de propagação da onda e a diferença de fase entre os campos eléctrico e magnético. Sugestão: se não se lembra das expressões pretendidas, pode deduzi-las utilizando a expressão para o campo eléctrico numa onda plana num meio condutor: $\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{-\beta z} \cos(\alpha z - \omega t + \varphi_E)$, onde

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} + 1 \right)^{1/2}, \quad \beta = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} - 1 \right)^{1/2}, \quad Q = \frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$$

8. Considere uma onda electromagnética plana que se propaga num meio condutor.

- (a) Escreva as expressões para as seguintes grandezas: a distância de atenuação da onda (ou seja, a profundidade de penetração), a velocidade de propagação da onda e a diferença de fase entre os campos eléctrico e magnético. Sugestão: se não se lembra das expressões pretendidas, pode deduzi-las utilizando a expressão para o campo eléctrico numa onda plana num meio condutor: $\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{-\beta z} \cos(\alpha z - \omega t + \varphi_E)$, onde

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} + 1 \right)^{1/2}, \quad \beta = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} - 1 \right)^{1/2}, \quad Q = \frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$$

- (b) Calcule estas grandezas para o caso em que a frequência da onda é 1,6 MHz e o meio em consideração possui as seguintes características: permitividade relativa é 700, permeabilidade relativa é 12 e condutividade eléctrica é $0,1 \text{ S m}^{-1}$.

Soluções:

- 1) $\lambda = 0,773 \text{ m}$; $k = 8,13 \text{ rad m}^{-1}$; $\xi = \xi_0 \sin[k(x - vt)] = \xi_0 \sin[8,13(x - 340t)]$ ou $\xi = \xi_0 \sin[kx - \omega t] = \xi_0 \sin[8,13x - 2\pi(440)t]$; 2) $\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$; $k = 1,05 \times 10^7 \text{ rad m}^{-1}$; $\xi = \xi_0 \sin[k(x - vt)] = \xi_0 \sin\left[\frac{\pi}{3} \times 10^7(x - 3 \times 10^8 t)\right]$ ou $\xi = \xi_0 \sin[kx - \omega t] = \xi_0 \sin\left[\frac{\pi}{3} \times 10^7 x - 2\pi(5 \times 10^{14})t\right]$; 3a) $B_0 \approx 0,33 \mu\text{T}$; 3b) $\lambda \approx 0,628 \mu\text{m}$; 3c) $c \approx 4,78 \times 10^{14} \text{ Hz}$; 4a) $\lambda = 7,50 \text{ m}$; $T = 2,50 \times 10^{-8} \text{ s}$; 4b) $B_0 = 2,50 \times 10^{-6} \text{ T}$ (o campo magnético é dirigido ao longo do eixo z); 4c) $\mathbf{E} = 750 \sin(kx - \omega t) \hat{j}$; $\mathbf{B} = 2,50 \times 10^{-6} \sin(kx - \omega t) \hat{k}$ com $\omega = 2,51 \times 10^8 \text{ rad s}^{-1}$ e $k = 0,838 \text{ rad m}^{-1}$; 5a) a onda propaga-se segundo $-x$ (ou $-\mathbf{a}_x$); 5b) $k = \frac{1}{3} \text{ rad m}^{-1}$; $t = 31,42 \text{ ns}$; 6) $\mathbf{H} = H_0 \sin(\omega t - kz) (-\mathbf{a}_x) = 2,65 \sin(\omega t - kz) (-\mathbf{a}_x) (\text{A m}^{-1})$; 7) $\Delta = 64 \mu\text{m}$; $v = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} = 647 \text{ m s}^{-1}$; $\Omega = 0,78 \text{ rad} = 44,69^\circ$; 8a) $\Delta = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} - 1 \right)^{1/2}}$; $v = \frac{\omega}{\alpha} = \left(\frac{2}{\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} + 1} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$; $\Omega = \arctan \frac{1}{\sqrt{Q^2 + 1 + Q}}$; 8b) $\Delta = 0,49 \text{ m}$; $v = 2,7 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$; $\Omega = 0,51 \text{ rad} = 29^\circ$.