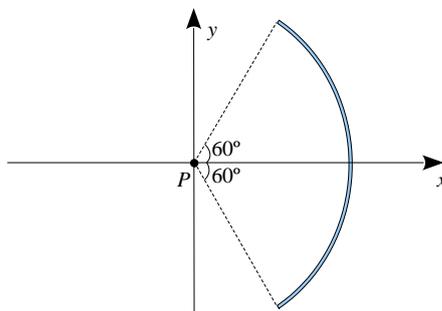


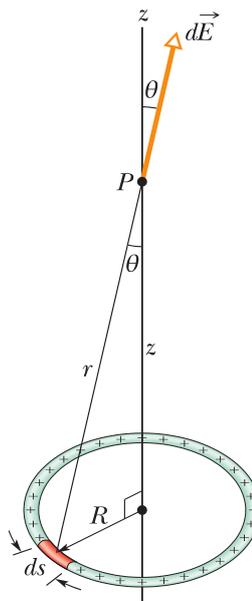
Série de exercícios 2

Nota: Os exercícios assinalados com ✠ serão resolvidos nas aulas.

1. ✠ A figura mostra uma vara de plástico que possui uma carga distribuída uniformemente $-Q$. A vara foi dobrada num arco circular de 120° e de raio r . O eixo das coordenadas é tal que o eixo de simetria da vara é coincidente com ele e a origem do eixo está no centro de curvatura P da vara. Qual é o campo eléctrico \mathbf{E} devido à vara no ponto P , em termos de Q e r ?

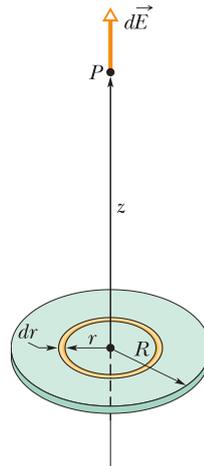


2. ✠ Calcule o campo eléctrico no ponto P provocado por um anel de espessura muito fina ao longo do eixo central do anel a uma distância z do plano do anel ao longo do eixo. O raio do anel é R e possui uma densidade de carga linear uniforme e positiva (λ).



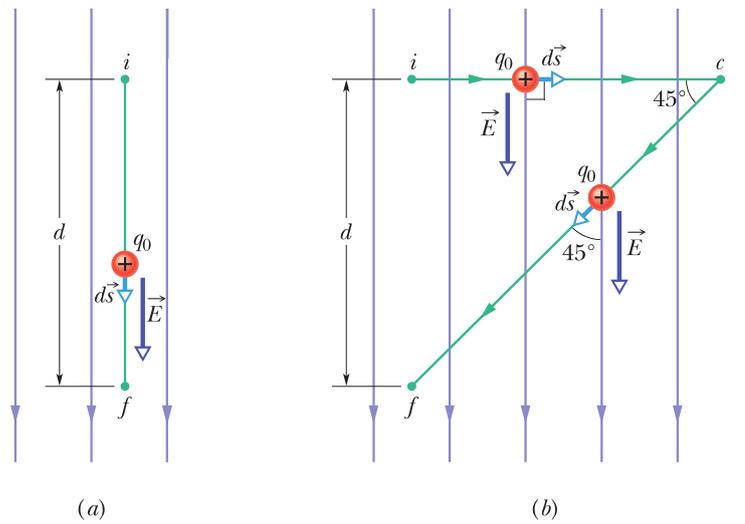
3. ✠ A figura mostra um disco de plástico de raio R que possui uma carga de superfície positiva de

densidade uniforme σ na parte de cima da superfície.



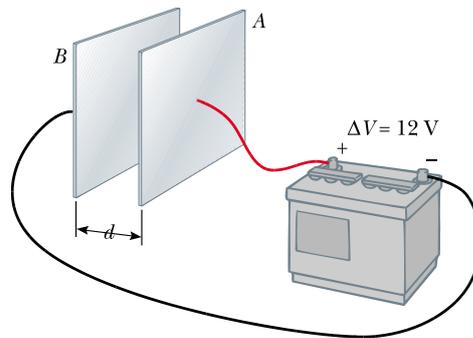
- (a) Qual é o campo eléctrico no ponto P , à distância z do disco ao longo do eixo central?
- (b) ✂ Deduza a partir da expressão encontrada na alínea anterior a expressão para distâncias z muito grandes.
4. ✂ Um campo eléctrico é dado por $\mathbf{E} = \left(\frac{x}{2} + 2y\right) \mathbf{a}_x + 2x\mathbf{a}_y$ (V m^{-1}). Encontre o trabalho efectuado em movimentar uma carga pontual $Q = -20 \mu\text{C}$
- (a) da origem para $(4, 0, 0)$ m.
- (b) de $(4, 0, 0)$ m para $(4, 2, 0)$ m.
5. ✂ Para o campo eléctrico do exercício anterior, encontre o trabalho feito para mover a mesma carga de $(4, 2, 0)$ m até à origem ao longo de uma linha recta.
6. Um campo eléctrico é dado por $\mathbf{E} = y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$. Determine o trabalho efectuado no transporte de uma carga de 2 C de $B(1, 0, 1)$ para $A(0.8, 0.6, 1)$ ao longo do arco mais curto do círculo $x^2 + y^2 = 1; z = 1$.
7. Determine novamente o trabalho para deslocar 2 C de B para A no mesmo campo eléctrico do exercício anterior, mas desta vez através de uma linha recta entre B e A .
8. ✂ Os electrões são continuamente ejectados das moléculas do ar na atmosfera pelas partículas dos raios cósmicos provenientes do espaço. Depois de libertado, cada electrão está sujeito a uma força electrostática \mathbf{F} devido ao campo eléctrico \mathbf{E} que é produzido na atmosfera por partículas carregadas já existentes na Terra. Perto da superfície terrestre o campo eléctrico tem magnitude $E = 150 \text{ N C}^{-1}$ e é dirigido para baixo. Qual é a variação da energia potencial eléctrica ΔU de um electrão largado quando a força electrostática faz com que ele se mova verticalmente para cima uma distância $d = 520 \text{ m}$? Considere que a carga do electrão é $-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
9. ✂ A figura a) mostra dois pontos i e f num campo eléctrico uniforme \mathbf{E} . Os pontos encontram-se na mesma linha de campo eléctrico (não mostrada) e encontram-se separados por uma distância

d.



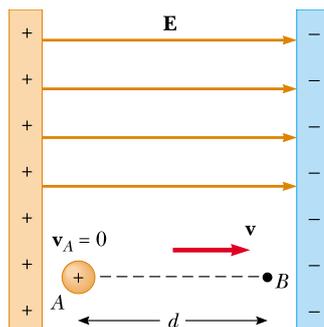
- (a) Encontre a diferença de potencial $\varphi_f - \varphi_i$ movendo uma carga de teste positiva q_0 de i para f ao longo da trajectória ilustrada na figura (a), que é paralela à direcção do campo.
- (b) Encontre a diferença de potencial $\varphi_f - \varphi_i$ movendo uma carga de teste positiva de i para f ao longo do trajecto icf representado na figura (b).

10. Uma bateria tem os seus terminais ligados a duas placas paralelas, como se mostra na figura. A diferença de potencial da bateria é de 12 V. A separação entre as placas é $d = 0,30$ cm, e assume-se que o campo eléctrico entre as placas é uniforme. (Esta suposição é razoável se a separação entre as placas é pequena relativamente às dimensões das placas e se não considerarmos posições perto das bordas das placas.) Encontre a magnitude do campo eléctrico entre as placas.



11. ✘ Um protão é largado no ponto A a partir do repouso num campo eléctrico uniforme que tem uma magnitude de $8,0 \times 10^4 \text{ V m}^{-1}$ (ver figura). O protão sofre um deslocamento $d = 0,50$ m na direcção do campo eléctrico, até ao ponto B . Considere que a carga do protão é $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e

que a sua massa é 1.67×10^{-27} kg.

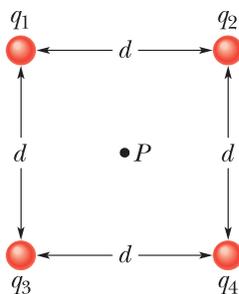


Determine:

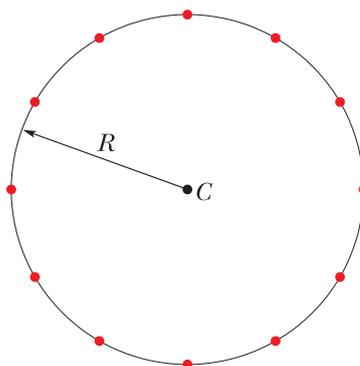
- (a) a diferença de potencial entre os pontos A e B ($\varphi_B - \varphi_A$).
- (b) a variação de energia potencial do sistema prótão-campo para este deslocamento.
- (c) a velocidade do prótão após completar o deslocamento de 0,50 m no campo eléctrico.

12. ✂ Qual é o potencial eléctrico no ponto P , localizado no centro do quadrado de cargas pontuais ilustrado na figura? A distância d é 1,3 m e as cargas são

$$\begin{aligned} q_1 &= +12 \text{ nC} & q_3 &= +31 \text{ nC} \\ q_2 &= -24 \text{ nC} & q_4 &= +17 \text{ nC} \end{aligned}$$

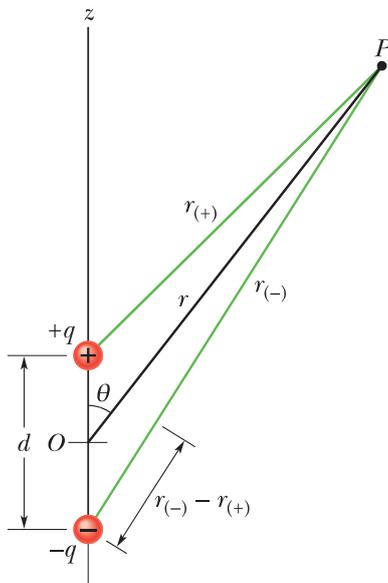


13. Na figura, 12 electrões (de carga $-e$) estão igualmente espaçados e fixos à volta de um círculo de raio R . Relativamente a um potencial no infinito nulo, quais são o potencial eléctrico e o campo eléctrico no centro do círculo devido a estes electrões?

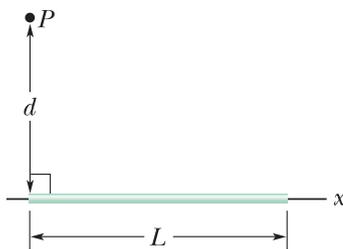


14. ✂ Considere o dipolo eléctrico da figura.

- (a) Determine o potencial φ num ponto P arbitrário
 (b) ✂ Determine também uma expressão aproximada para o caso particular $r \gg d$.

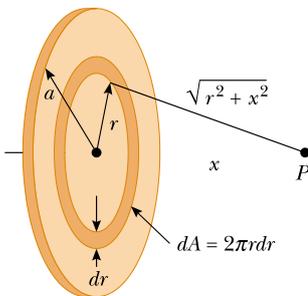


15. ✂ Na figura uma vara fina não condutora de comprimento L possui uma carga positiva e uniforme de densidade linear λ . Determine o potencial do campo eléctrico induzido pela vara, no ponto P que se situa a uma distância d perpendicular à extremidade esquerda da vara.



Informação de referência: $\int \frac{dz}{(z^2+a^2)^{\frac{1}{2}}} = \ln \left[z + (z^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \right]$

16. A figura mostra um disco de plástico de raio a que possui uma carga de superfície positiva de densidade uniforme σ . Obtenha uma expressão para o potencial eléctrico, $\varphi(x)$, em qualquer ponto do eixo central.



17. ✂ O potencial eléctrico em qualquer ponto do eixo central de um disco uniformemente carregado é (refira-se à figura do problema anterior).

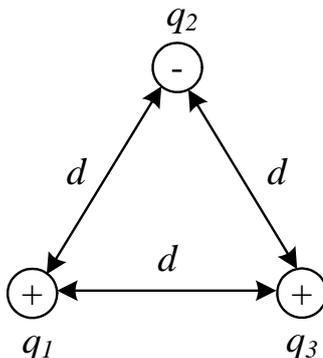
$$\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{x^2 + a^2} - x \right)$$

Usando esta expressão obtenha uma expressão para o campo eléctrico em qualquer ponto no eixo do disco.

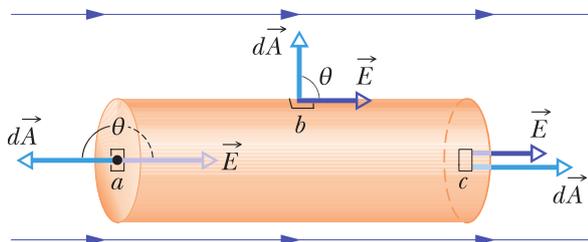
18. ✠ A figura mostra três cargas pontuais mantidas em posições fixas por forças que não são mostradas. Qual é a energia potencial eléctrica U deste sistema de cargas? Assuma que $d = 12$ cm e que

$$q_1 = +q \quad q_2 = -4q \quad q_3 = +2q$$

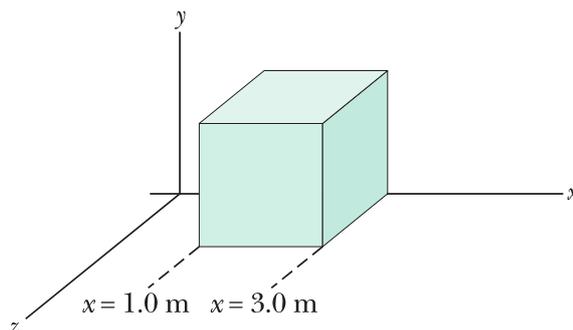
em que $q = 150$ nC.



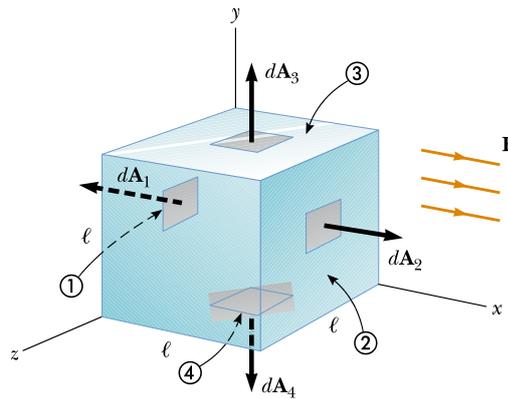
19. ✠ A figura mostra uma superfície Gaussiana na forma de um cilindro de raio R imerso num campo eléctrico uniforme \mathbf{E} , com o eixo do cilindro paralelo ao campo. Qual é o fluxo Φ do campo eléctrico através desta superfície fechada?



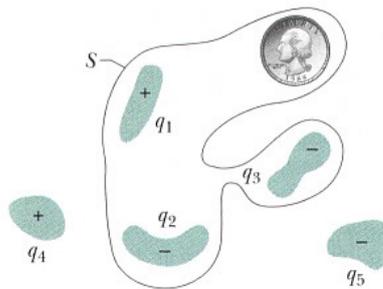
20. ✠ Qual é o fluxo eléctrico através de uma esfera que tem um raio $r = 1,00$ m e possui uma carga $+1,00 \mu\text{C}$ no seu centro?
21. ✠ Um campo eléctrico não uniforme dado por $\mathbf{E} = 3,0x\hat{i} + 4,0\hat{j}$ trespassa o cubo Gaussiano ilustrado na figura. (E está em newtons por coulomb e x em metros.) Qual é o fluxo eléctrico através da face da direita, da face da esquerda e da face do topo?



22. Considere um campo eléctrico uniforme \mathbf{E} orientado segundo x . Encontre o fluxo eléctrico total através da superfície de um cubo de lado l , orientado como se mostra na figura.



23. A figura mostra cinco pedaços de plástico carregados e uma moeda electricamente neutra. Uma superfície Gaussiana é indicada (S). Qual é o fluxo eléctrico total através da superfície se $q_1 = q_4 = +3,1 \text{ nC}$, $q_2 = q_5 = -5,9 \text{ nC}$, e $q_3 = -3,1 \text{ nC}$?



24. Partindo da lei de Gauss, calcule o campo eléctrico devido a uma carga pontual isolada q .
25. ✘ Uma esfera sólida isolada de raio a possui uma densidade de carga volúmica uniforme ρ e possui uma carga total positiva Q . Calcule a magnitude do campo eléctrico para um ponto
- exterior à esfera.
 - interior à esfera.
26. Uma superfície esférica fina de raio a possui uma carga total Q distribuída uniformemente sobre a sua superfície. Encontre o campo eléctrico em pontos
- fora da superfície
 - no interior da superfície.
27. Encontre o campo eléctrico provocado por uma linha infinitamente longa de carga positiva e com densidade de carga por unidade de comprimento constante e igual a λ a uma distância r perpendicular à linha.
28. Encontre o campo eléctrico devido a um plano infinito de carga positiva com densidade de carga superficial uniforme σ .

Soluções:

- 1) $\mathbf{E}_P = \frac{3QK}{\pi r^2} (\sin 60^\circ; 0) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 \pi^2 r^2} (\sin 60^\circ; 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{0.83Q}{r^2} \mathbf{u}_x$ (N C⁻¹); 2) $E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi R\lambda z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ (N C⁻¹);
- 3a) $E_P = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$ (N C⁻¹); 3b) $E_P = \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{\sigma R^2}{z^2}$; 4a) 80 μJ; 4b) 320 μJ; 5) -400 μJ; 6) -0,96 J; 7) -0,96 J; 8) $\Delta U = -1,2 \times 10^{-14}$ J; 9a) $\varphi_f - \varphi_i = -Ed$; 9b) $\varphi_f - \varphi_i = -Ed$; 10) $E = 4,0 \times 10^3$ V m⁻¹; 11a) $\Delta\varphi = -4,0 \times 10^4$ V; 11b) $\Delta U = -6,4 \times 10^{-15}$ J; 11c) $v = 2,8 \times 10^6$ m s⁻¹; 12) $\varphi \approx 350$ V;
- 13) $\varphi = -\frac{12}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{R}$, $\mathbf{E} = 0$; 14a) $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}$; 14b) $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2}$; 15) $\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{L + (L^2 + d^2)^{\frac{1}{2}}}{d} \right]$; 16)
- $\varphi(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + a^2} - x)$; 17) $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}\right)$; 18) $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}}\right)$; 19) $\Phi = 0$ N m² C⁻¹; 20) $\Phi = 1,13 \times 10^5$ N m² C⁻¹; 21) $\Phi_d = 36$ N m² C⁻¹, $\Phi_e = -12$ N m² C⁻¹, $\Phi_t = 16$ N m² C⁻¹;
- 22) $\Phi_t = 0$ N m² C⁻¹; 23) $\Phi = -670$ N m² C⁻¹; 24) $E = k_e \frac{q}{r^2}$; 25a) $E = k_e \frac{q}{r^2}$; 25b) $E = k_e \frac{q}{a^3} r$; 26a) $E = k_e \frac{q}{r^2}$; 26b) $E = 0$; 27) $E = 2k_e \frac{\lambda}{r}$; 28) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$