Cadeira: **Estudo do Meio Físico-Natural I** **Época:** **Normal**

Ano lectivo: 2013/2014 (1º Semestre) **TESTE 1** (2013/11/13) **Duração:** 2 horas

Nome: ____________________________ Número: __________ Curso: **Educação Básica**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	T

Algumas fórmulas:

Variação relativa percentual: $\frac{x_f - x_i}{x_i} \times 100\%$

Módulo de um vector: $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

Movimento uniforme: $v = v_0$; $x = x_0 + v_0 t$

Movimento uniformemente variado: $v = v_0 + at$; $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$\sin\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$; $\cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$; $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

Força gravítica: $F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

Força de atrito: $F_{ae\,\max} = \mu_e mg$; $F_{ac} = \mu_c mg$

Centro de massa: $\vec{r}_{\rm CM} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{r}_i}{m_i} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$

Massa volúmica: $\rho = \frac{m}{V}$

Pressão: $p = \frac{F}{A}$ Pressão a uma profundidade h: $p = p_0 + \rho g h$

Equação da continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2$ Equação de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

Algumas constantes e factores de conversão: $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$; $g = 9,8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$; $\rho_{H_2O} = 1\,\mathrm{g\,cm^{-3}} = 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; pressão atmosférica $= 1.013 \times 10^5$ Pa. $1\,\mathrm{l} = 1\,\mathrm{dm^3}$.

---

1. [0.5] Converta 13 polegadas (13 in) em centímetros, sabendo que $1\,\mathrm{in} = 2,54\,\mathrm{cm}$.

   Solução: $13\,\mathrm{in} \times \frac{2.54\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{in}} = 0.3302\,\mathrm{m} \approx 33\,\mathrm{cm}$.

2. [0.75] Considere a seguinte expressão, onde F é uma força, m é uma massa, v é uma velocidade e r é um raio.

   $$F = m\frac{v^2}{r}$$

   Verifique se a expressão é dimensionalmente correcta.

   Resolução:

   $$\mathrm{LMT^{-2}} = \mathrm{M}\frac{\left(\mathrm{LT^{-1}}\right)^2}{\mathrm{L}} = \mathrm{LMT^{-2}}.$$

   Logo, a expressão é dimensionalmente correcta.

3. [1] Escreva os seguintes números em notação científica:

   $46380 =$

   $0,002133 =$

   $9934 \times 10^{-2} =$

   $0,013 \times 10^{-5} =$

   Solução: $4,6380 \times 10^4$; $2,133 \times 10^{-3}$; $9,934 \times 10^1$; $1,3 \times 10^{-7}$.

4. [0.5] Determine a ordem de grandeza de $0,327$.

   Resolução:

$$0,327 = \underbrace{3,27}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-1} \sim 10^1 \times 10^{-1} = 1$$

5. [1] Quantas ordens de grandeza tem o número $0,014$ a menos que $0,052$?

   Resolução:

$$\begin{aligned} 0,014 &= \underbrace{1,4}_{<\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^{-2} \\ 0,052 &= \underbrace{5,2}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^1 \times 10^{-2} = 10^{-1} \end{aligned}$$

   Para comparar a ordem de grandeza vamos encontrar o quociente entre as duas

$$\frac{10^{-2}}{10^{-1}} = 10^{-1}$$

   Assim, podemos dizer que o número $0,014$ tem uma ordem de grandeza a menos que $0,052$.

6. $[0,5]$ Um skate viu o seu preço reduzido em 35%. O preço antigo do skate era 110 €. Determine o preço novo do skate.

   Resolução: A redução em euros pode ser obtida da seguinte forma: $\frac{35}{100} \times 110$ € $= 38.5$ €.

   Logo, o preço novo do skate é: 110 € -38.5 € $= 71.5$ €.

7. $[0,5]$ Uma grandeza aumentou para $6/5$ do valor inicial. Quanto foi a sua variação relativa percentual?

   Resolução: $x_f = \frac{6}{5}x_i \longrightarrow \frac{x_f - x_i}{x_i} \times 100\% = \frac{\frac{6}{5}x_i - x_i}{x_i} \times 100\% = \frac{\frac{6}{5}-1}{1} \times 100\% = \frac{\frac{6}{5}-\frac{5}{5}}{1} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$

8. [1] Uma pessoa média espirra 3 vezes por dia. Faça uma estimativa da ordem de grandeza do número total de vezes que terá espirrado aos 60 anos.

   Resolução:

$$\frac{3 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 60 \text{ ano} = 3 \times 365 \times 60 \text{ vezes}$$

   Como estamos interessados em ordens de grandeza vamos estimar a ordem de grandeza de cada um dos factores:

   $3 \sim 1$; $365 \sim 10^3$; $60 \sim 10^2$. Assim, a pessoa terá espirrado aproximadamente

$$1 \times 10^3 \times 10^2 \text{ vezes} = 10^5 \text{ vezes}$$

   A título de curiosidade, o valor sem arredondamentos seria:

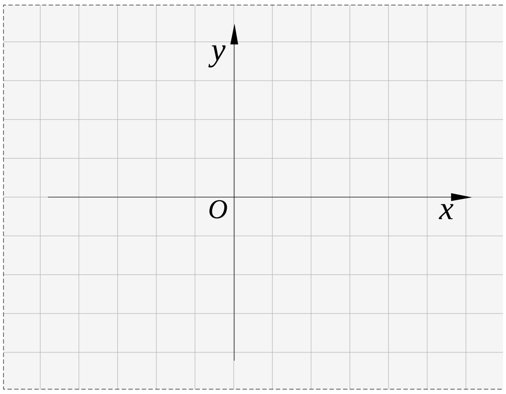
$$\frac{3 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 60 \text{ ano} = 3 \times 365 \times 60 \text{ vezes}$$
$$65700.0 \text{ vezes} \approx 6,57 \times 10^4 \text{ vezes}$$

   Ou seja, a nossa estimativa apresentou um desvio de cerca de $\left|\frac{6,57\times10^4 - 10^5}{6,57\times10^4}\right| \times 100\% = 52,207\% \approx 52\%$.

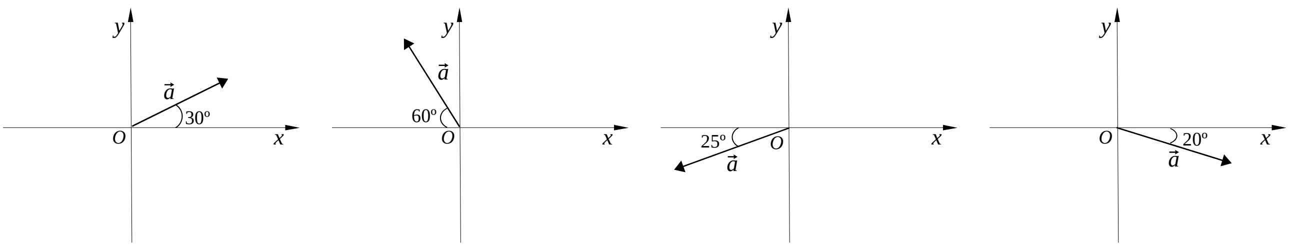
9. $[0,5]$ Considere os vectores $\mathbf{A} = (2;4)$ e $\mathbf{B} = (5;7)$. Determine as componentes do vector soma $\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ e do vector diferença $\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$.

   Resolução: $\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2;4) + (5;7) = (2+5; 4+7) = (7;11)$. $\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = (2;4) + (-5;-7) = (-3;-3)$.

10. $[0,75]$ Represente os vectores $\mathbf{L} = (5,3)$, $\mathbf{K} = (-3,-2)$ e $\mathbf{M} = (2,-1)$ na seguinte figura



11. $[2]$ Sabendo que o módulo do vector $\vec{a}$ representado na figura é igual a 10.00, escreva o valor das componentes a_x e a_y para cada um dos casos.



(a) (b) (c) (d)

   Resolução:

$$(a): \begin{cases} a_x = 10.00 \cos 30\,^\circ = 8.66 \\ a_y = 10.00 \sin 30\,^\circ = 5.00 \end{cases}$$

$$(b): \begin{cases} a_x = 10.00 \cos 120\,^\circ = 10.00 \cos(-240\,^\circ) = -5.00 \\ a_y = 10.00 \sin 120\,^\circ = 10.00 \sin(-240\,^\circ) = 8.66 \end{cases}$$

$$(c): \begin{cases} a_x = 10.00 \cos 205\,^\circ = 10.00 \cos(-155\,^\circ) = -9.06 \\ a_y = 10.00 \sin 205\,^\circ = 10.00 \sin(-155\,^\circ) = -4.23 \end{cases}$$

$$(d): \begin{cases} a_x = 10.00 \cos(-20\,^\circ) = 9.40 \\ a_y = 10.00 \sin(-20\,^\circ) = -3.42 \end{cases}$$

12. $[0,5]$ A posição de uma partícula em função do tempo é dada por $x = 0.3t^3 + 0.4t^2 + 0.5$ (SI). Determine a posição em $t = 2\,\mathrm{s}$.

   Resolução:

$$x\,(2\,\mathrm{s}) = 0.3\,(2)^3 + 0.4\,(2)^2 + 0.5 = 4.5\,\mathrm{m}$$

13. $[1]$ Um carro está a viajar com uma velocidade de módulo $120\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ em movimento rectilíneo. De repente avista um obstáculo na estrada e para evitar a colisão pressiona o pedal do travão, isso faz com que o carro que viajava com velocidade constante comece a reduzir a sua velocidade a uma taxa constante de $-3\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

(a) Quanto tempo demora o carro a parar?

(b) Que distância percorre o carro até parar depois de ter começado a travar?

Resolução:

$$\begin{aligned}
x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\
v &= v_0 + at \Leftrightarrow 0 = v_0 + at \Leftrightarrow t = -\frac{v_0}{a} \\
\text{(a):} & \qquad t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{120\,\mathrm{km\,h^{-1}}}{-3\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 11.111\,\mathrm{s} \approx 11.1\,\mathrm{s}. \\
\text{(b):} & \qquad \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 120\,\mathrm{km\,h^{-1}} \times 11.1\,\mathrm{s} + \frac{1}{2}\left(-3\,\mathrm{m\,s^{-2}}\right) \times (11.1\,\mathrm{s})^2 \\
&= 185.185\,\mathrm{m} \approx 185.2\,\mathrm{m}.
\end{aligned}$$

14. [1, 5] Um corpo adquire uma aceleração de módulo $3.75\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ quando sujeito às forças $\vec{F}_1 = (-2.00\vec{e}_x + 2.00\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$ e $\vec{F}_2 = (5.00\vec{e}_x - 3.00\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$.

(a) Qual é a direcção da aceleração?

(b) Qual é a massa do corpo?

Resolução:

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = [(-2.00 + 5.00)\vec{e}_x + (2.00 - 3.00)\vec{e}_y]\,\mathrm{N} = (3\vec{e}_x - \vec{e}_y)\,\mathrm{N}$

$\vec{F}_R = m\vec{a} : \tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 0.321751\ \mathrm{rad} = 18.4350\,^\circ \approx 18.4\,^\circ$

Como este ângulo se encontra no quarto quadrante o ângulo em relação ao semi-eixo positivo do x's é: $-18.4\,^\circ$

Ou seja, a força resultante e, por conseguinte, a aceleração formam um ângulo de $-18.4\,^\circ$ com o semi-eixo positivo dos x's.

$m = \frac{F_R}{a} = \frac{\sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}}{a} = \frac{\sqrt{(3\,\mathrm{N})^2 + (-1.0\,\mathrm{N})^2}}{3.75\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 0.843274\,\mathrm{kg} \approx 0.84\,\mathrm{kg}.$

15. [0, 5] Calcule o valor da força gravítica entre dois corpos de massas $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ e $m_2 = 600\,\mathrm{g}$ que se encontram a uma distância de $d = 50\,\mathrm{cm}$.

Resolução:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{\left(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}\right)(2\,\mathrm{kg})\,(0.600\,\mathrm{kg})}{(0.50\,\mathrm{m})^2} = 3.2016 \times 10^{-10}\,\mathrm{N}.$$

16. [1, 5] Um corpo de $5\,\mathrm{kg}$ de massa está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície é 0.40 e o coeficiente de atrito cinético 0.30.

(a) Qual é o módulo da força mínima que provoca o início do movimento do corpo?

(b) Qual é o módulo da força mínima que mantém o corpo em movimento, uma vez iniciado este?

(c) Calcule o módulo da força de atrito se aplicarmos uma força horizontal de $12\,\mathrm{N}$ sobre o corpo.

(d) Se a força horizontal é de $50\,\mathrm{N}$, qual é o módulo da força de atrito?

Resolução:

$F_{ae\,\max} = \mu_e mg = (0.40)(5\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 19.6\,\mathrm{N}$

$F_{ac} = \mu_c mg = (0.30)(5\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 14.7\,\mathrm{N}$

(a) F_{min} (que provoca o início do movimento) $= F_{ae\,\text{max}} = 19.6\,\text{N}$

(b) F_{min} (que mantém o corpo em movimento) $= F_{ac} = 14.7\,\text{N}$

(c) $F = 12\,\text{N} \Rightarrow F_a = F = 12\,\text{N}$

(d) $F = 50\,\text{N} \Rightarrow F_a = F_{ac} = 14.7\,\text{N}$

17. $[1,5]$ Duas esferas pequenas, que se consideram pontos materiais, uma com $1\,\text{kg}$ e outra com $3\,\text{kg}$, estão ligadas uma à outra por uma vareta com $1\,\text{m}$ de comprimento. Determine a posição do centro de massa do sistema, se a vareta tiver:

(a) massa desprezável;

(b) $0.4\,\text{kg}$, for homogénea e tiver secção constante.

Resolução: *Vamos admitir que a vareta está alinhada com o eixo dos x's e que a esfera de massa* $1\,\text{kg}$ *está na origem deste eixo.*

(a) $\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(\vec{e}_x)\,\text{m}}{1\,\text{kg}+3\,\text{kg}} = (0.75\vec{e}_x)\ \text{m}$

Resolução alternativa (usando uma notação mais leve): $x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(1\,\text{m})}{(1+3)\,\text{kg}} = 0.75\,\text{m}$.

(b) $\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2+m_3\vec{r}_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(\vec{e}_x)\,\text{m}+(0.4\,\text{kg})(0.5\vec{e}_x)\,\text{m}}{1\,\text{kg}+3\,\text{kg}+0.4\,\text{kg}} = (0.73\vec{e}_x)\ \text{m}$

Resolução alternativa (usando uma notação mais leve):

$x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(1\,\text{m})+(0.4\,\text{kg})(0.5\vec{e}_x)\,\text{m}}{(1+3+0.4)\,\text{kg}} = 0.73\,\text{m}$.

18. $[0,5]$ Calcule o aumento de pressão no fluido de uma seringa quando uma enfermeira aplica uma força de $42\,\text{N}$ ao pistão circular da seringa que tem de raio $1,1\,\text{cm}$.

Resolução:

$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{42\,\text{N}}{\pi(0.011\,\text{m})^2} = 110488\,\text{Pa} \approx 1.1\times10^5\,\text{Pa}$.

19. $[1]$ Encontre a pressão a uma profundidade de $15\,\text{m}$ na água do mar, assuma que a massa volúmica da água do mar é de cerca de $1.25\,\text{kg/l}$.

Resolução: $p = p_0+\rho gh = 1.013\times10^5\,\text{Pa}+1.25\times10^3\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}\times9.8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\times15\,\text{m} = 2.85050\times10^5\,\text{Pa}$.

20. $[1,5]$ Num cano de área de secção transversal $4.0\,\text{cm}^2$ água move-se com uma velocidade de $5.0\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$. A água desce gradualmente $7\,\text{m}$ à medida que o cano aumenta a sua área para $8.0\,\text{cm}^2$.

(a) Qual é a velocidade da água no nível mais baixo?

(b) Se a pressão ao nível mais elevado for $2\times10^5\,\text{Pa}$, qual será a pressão ao nível mais baixo?

Resolução:

(a) Eq. da continuidade: $A_1v_1 = A_2v_2 \longrightarrow A_1v_1 = 2A_1v_2 \longrightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} = \frac{5.0}{2} = 2.5\,\text{m/s}$

(b) Eq de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$

$p_2 = p_1 + \rho\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) + \rho g\left(h_1 - h_2\right)$

$p_2 = p_1 + \rho\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) + \rho g\left(h_1 - h_2\right)$

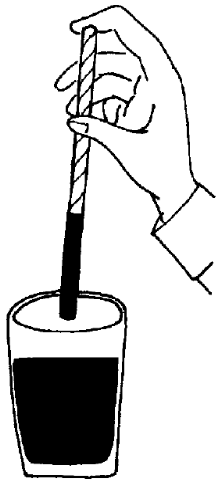
$p_2 = 2\times10^5\,\text{Pa}+(1000\,\text{kg}\,\text{m}^{-3})\,\frac{1}{2}\left(\left(5.0\,\text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2-\left(2.5\,\text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2\right)+(1000\,\text{kg}\,\text{m}^{-3})\left(9.8\,\text{m/s}^2\right)(7\,\text{m})$

$= 2\times10^5\,\text{Pa} + 9375.0\,\text{Pa} + 68600.0\,\text{Pa} = 277975\,\text{Pa} \approx 2.8\times10^5\,\text{Pa}$.

21. [1, 5] Nas aulas de prática laboratorial desta cadeira chegámos a fazer um conta gotas improvisado. Explique em poucas palavras o que foi feito e explique também recorrendo a uma explicação física porque é que funciona.

Resolução:

Conta gotas improvisado



(a) Pegue numa palhinha e num recipiente com água, se tiver possibilidade use um corante alimentar na água.

(b) Insira uma extremidade da palhinha dentro da água.

(c) Sem retirar a palhinha da água tape com um dedo (por exemplo o dedo indicador) a extremidade que não está na água.

(d) Mantendo o dedo a tapar a extremidade levante a palhinha por forma a que deixe de tocar na água. Verifique o que acontece.

(e) Deixe de tapar a extremidade da palhinha por um breve instante. Verifique o que acontece.

Observação pretendida: Enquanto que o dedo tapa a extremidade da palhinha o líquido deve permanecer na palhinha. Quando removemos o dedo, o líquido deve escorrer.

Explicação: Ao levantarmos a palhinha com o dedo a tapar, sai uma pequena quantidade de líquido, o que faz com que a pressão do ar dentro da palhinha diminua (pois o volume disponível para o ar aumentou). O ar que está a uma pressão maior na parte de baixo da palhinha evita que o líquido saia do interior da palhinha.