Cadeira: **Estudo do Meio Físico-Natural I**		**Época:** **Normal**
Ano lectivo: 2017/2018 (1º Semestre)	**TESTE 1** (2017/10/26)	**Duração:** 2 horas
Nome: ______________________________	Número:__________	Curso: **Educação Básica**

Cotação:

1-4	5-10	11-14	16-18	T

Algumas fórmulas:

Variação relativa percentual: $\frac{x_f - x_i}{x_i} \times 100\%$

Módulo de um vector: $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

Movimento uniforme: $v = v_0$; $\quad x = x_0 + v_0 t$

Movimento uniformemente variado: $v = v_0 + at$; $\quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$\sin\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$; $\quad \cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$; $\quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

Força gravítica: $F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

Força de atrito: $F_{ae\,\max} = \mu_e mg$; $\quad F_{ac} = \mu_c mg$

Centro de massa: $\vec{r}_{\text{CM}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{r}_i}{m_i} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$

Massa volúmica: $\rho = \frac{m}{V}$

Pressão: $p = \frac{F}{A}$ $\quad$ Pressão a uma profundidade h: $p = p_0 + \rho g h$

Prensa hidráulica: $A_2/A_1 = F_2/F_1$

Eq. da continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2$ $\quad$ Eq. de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

Algumas constantes e factores de conversão: $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$; $g = 9,8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$;

$\rho_{H_2O} = 1\,\mathrm{g\,cm^{-3}} = 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; pressão atmosférica $= 1,013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; $\quad 1\,\mathrm{l} = 1\,\mathrm{dm^3}$.

1. [0.5] Converta 50 milhas por hora ($50\,\mathrm{mi\,h^{-1}}$) em quilómetros por hora ($\mathrm{km\,h^{-1}}$), sabendo que $1\,\mathrm{mi} = 1609.34\,\mathrm{m}$.

   Solução: $50\,\mathrm{mi\,h^{-1}} \times \frac{1609.34\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{mi}} = 80467.0\,\mathrm{m\,h^{-1}} = 80.467\,\mathrm{km\,h^{-1}} \approx 80\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

2. [0.75] A equação
$$F_g = mg$$
   permite calcular o módulo da força gravítica F_g a que um corpo de massa m está sujeito quando se encontra na presença de um campo gravítico cujo módulo é g. Determine a dimensão de F_g.

   Resolução:
$$[F_g] = [m]\,[g] \Leftrightarrow [F_g] = \mathrm{M}\frac{\mathrm{LT^{-1}}}{\mathrm{T}} \Leftrightarrow [F_g] = \mathrm{LMT^{-2}}.$$
   Logo a dimensão de F_g *é* $\mathrm{LMT^{-2}}$.

3. [1] Escreva os seguintes números em notação científica:

   $0,0124 =$

$-0,00203 \times 10^{-3} =$

$193,56 \times 10^{-2} =$

$454,5 \times 10^{3} =$

Solução: $1,24 \times 10^{-2}$ $\quad -2,03 \times 10^{-6}$ $\quad 1,9356$ $\quad 4,545 \times 10^{5}$.

4. [0.5] Determine a ordem de grandeza de $0,017$.

Resolução:

$$0,017 = \underbrace{1,7}_{<\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^{0} \times 10^{-2} = 10^{-2}$$

5. [1] Quantas ordens de grandeza tem o número $0,04$ a menos que $0,52$?

Resolução:

$$\begin{aligned} 0,04 &= \underbrace{4,0}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^{-1} \\ 0,52 &= \underbrace{5,2}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-1} \sim 10^{1} \times 10^{-1} = 10^{0} \end{aligned}$$

Para comparar a ordem de grandeza vamos encontrar o quociente entre as duas

$$\frac{10^{-1}}{10^{0}} = 10^{-1}$$

Assim, podemos dizer que o número $0,04$ tem uma ordem de grandeza a menos que $0,52$.

6. [0.5] Um artigo encontra-se em promoção. A promoção traduz-se num desconto de 75% sobre o preço original. O preço original do artigo era 80 €. Determine o preço do artigo em promoção.

Resolução: A redução em euros pode ser obtida da seguinte forma: $\frac{75}{100} \times 80$ € $= 60$ €.

Logo, o preço novo do artigo é: 80 € −60 € = 20 €.

7. [1] Uma pessoa espirra em média 3 vezes por dia. Faça uma estimativa da ordem de grandeza do número total de vezes que terá espirrado aos 60 anos.

Resolução:

$$\frac{3 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 60 \text{ ano} = 3 \times 365 \times 60 \text{ vezes}$$

Como estamos interessados em ordens de grandeza vamos estimar a ordem de grandeza de cada um dos factores:

$3 \sim 1$; $365 \sim 10^{3}$; $60 \sim 10^{2}$. Assim, a pessoa terá espirrado aproximadamente

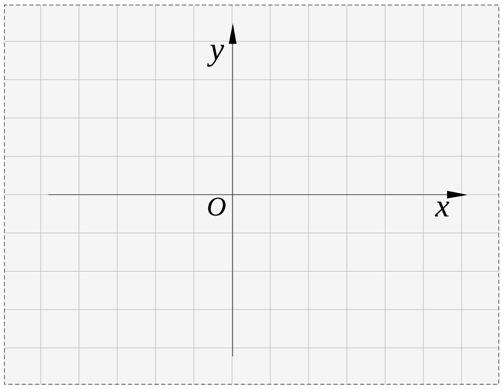
$$1 \times 10^{3} \times 10^{2} \text{ vezes} = 10^{5} \text{ vezes}$$

A título de curiosidade, o valor sem arredondamentos seria:

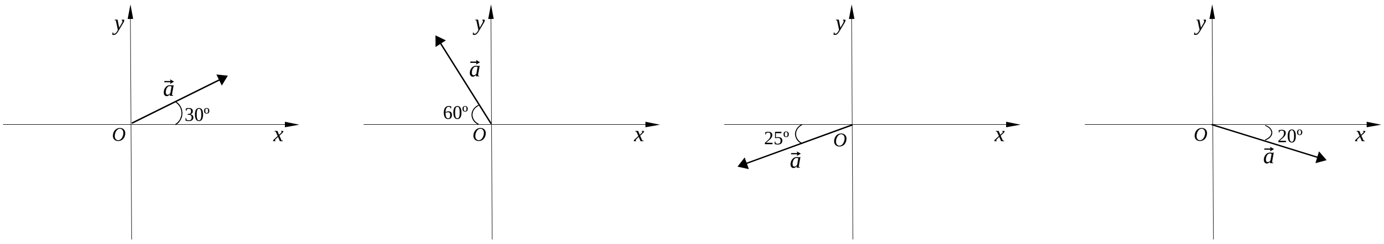
$$\frac{3 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 60 \text{ ano} = 3 \times 365 \times 60 \text{ vezes}$$
$$65700.0 \text{ vezes} \approx 6,57 \times 10^{4} \text{ vezes}$$

Ou seja, a nossa estimativa apresentou um desvio de cerca de $\left|\frac{6,57 \times 10^{4} - 10^{5}}{6,57 \times 10^{4}}\right| \times 100\% = 52,207\% \approx 52\%$.

8. [0.75] Represente os vectores $\mathbf{L} = (2, 4)$, $\mathbf{K} = (4, -2)$ e $\mathbf{M} = (-5, -3)$ na seguinte figura



9. [2] Sabendo que o módulo do vector $\vec{a}$ representado na figura é igual a 5.00, escreva o valor das componentes a_x e a_y para cada um dos casos.



(a) (b) (c) (d)

$\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$

Resolução:

$$\text{(a):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos 30\,^\circ = 4.33 \\ a_y = 5.00 \sin 30\,^\circ = 2.50 \end{cases}$$

$$\text{(b):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos 120\,^\circ = 5.00 \cos(-240\,^\circ) = -2.50 \\ a_y = 5.00 \sin 120\,^\circ = 5.00 \sin(-240\,^\circ) = 4.33 \end{cases}$$

$$\text{(c):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos 205\,^\circ = 5.00 \cos(-155\,^\circ) = -4.53 \\ a_y = 5.00 \sin 205\,^\circ = 5.00 \sin(-155\,^\circ) = -2.11 \end{cases}$$

$$\text{(d):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos(-20\,^\circ) = 4.70 \\ a_y = 5.00 \sin(-20\,^\circ) = -1.71 \end{cases}$$

10. [1, 75] Um avião a jato para levantar voo utiliza uma aceleração de $4.00\,\mathrm{m/s^2}$.

 (a) Determine a posição e a magnitude da velocidade $5.00\,\mathrm{s}$ depois de ele se começar a mover.

 (b) Se o avião necessita de uma velocidade de $70.0\,\mathrm{m/s}$ para levantar voo, qual é o tamanho mínimo que a pista deve ter?

Resolução:

$$
\begin{aligned}
x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\
v &= v_0 + at \\
\text{(a):} \quad & \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(4.00\,\mathrm{m\,s^{-2}}\right) \times (5.00\,\mathrm{s})^2 = 50.0\,\mathrm{m}. \\
v &= v_0 + at = \left(4.00\,\mathrm{m\,s^{-2}}\right) \times (5.00\,\mathrm{s}) = 20.0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\
\text{(b)} \quad &: \quad v = v_0 + at \longrightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{70.0\,\mathrm{m/\,s}}{4.00\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 17.5\,\mathrm{s} \\
\Delta x &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(4.00\,\mathrm{m\,s^{-2}}\right) \times (17.5\,\mathrm{s})^2 = 612.5\,\mathrm{m} \approx 613\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

11. [1.5] Um corpo adquire uma aceleração de módulo $3.0\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ quando sujeito às forças $\vec{F}_1 = (-1.50\vec{e}_x + 1.30\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$ e $\vec{F}_2 = (-2.00\vec{e}_x - 1.50\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$.

   (a) Qual é a direcção da aceleração?

   (b) Qual é a massa do corpo?

   Resolução:

   a) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = [(-1.50 - 2.00)\vec{e}_x + (1.30 - 1.50)\vec{e}_y]\,\mathrm{N} = (-3.50\vec{e}_x - 0.20\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$

   $\vec{F}_R = m\vec{a} : \tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{0.20}{3.50} = 5.7143 \times 10^{-2}$

   $\Rightarrow \theta = \arctan(5.7143 \times 10^{-2}) = 5.7081 \times 10^{-2}\,\mathrm{rad} = 3.2705\,^\circ \approx 3.27\,^\circ$.

   Como este ângulo se encontra no terceiro quadrante o ângulo em relação ao semi-eixo positivo do x's é: $180\,^\circ + 3.27\,^\circ = 183.27\,^\circ$.

   Ou seja, a força resultante e, por conseguinte, a aceleração formam um ângulo de $183.27\,^\circ$ com o semi-eixo positivo dos x's.

   b) $m = \frac{F_R}{a} = \frac{\sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}}{a} = \frac{\sqrt{(-3.50\,\mathrm{N})^2 + (-0.20\,\mathrm{N})^2}}{3.0\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 1.1686\,\mathrm{kg} \approx 1.17\,\mathrm{kg}$.

12. [0.75] A força de atracção gravitacional entre dois corpos celestes é proporcional ao inverso do quadrado da distância entre os dois corpos ($F \propto \frac{1}{d^2}$). Assim é que, quando a distância entre um cometa e o Sol diminui da metade, a força de atracção exercida pelo Sol sobre o cometa:

   (a) diminui para metade.
   (b) é multiplicada por 2.
   (c) é dividida por 4.
   (d) é multiplicada por 4.
   (e) permanece constante.

   Assinale a(s) resposta(s) correcta(s).

   Resolução: d)

13. [1] Um corpo de $2.0\,\mathrm{kg}$ de massa está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície é 0.3 e o coeficiente de atrito cinético 0.2.

   (a) Determine o módulo da força mínima que provoca o início do movimento do corpo.

   (b) Determine o módulo da força mínima que mantém o corpo em movimento, uma vez iniciado este.

Resolução:

$F_{ae\,\max} = \mu_e mg = (0.3)(2.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) = 5.88\,\text{N} \approx 5.9\,\text{N}$

$F_{ac} = \mu_c mg = (0.2)(2.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) = 3.92\,\text{N} \approx 3.9\,\text{N}$

(a) $F_{\min}$ (que provoca o início do movimento) $= F_{ae\,\max} = 5.9\,\text{N}$

(b) $F_{\min}$ (que mantém o corpo em movimento) $= F_{ac} = 3.9\,\text{N}$

14. [1.5] Duas esferas pequenas, que se consideram pontos materiais, uma com 1 kg e outra com 3 kg, estão ligadas uma à outra por uma vareta com 1 m de comprimento. Determine a posição do centro de massa do sistema, se a vareta tiver:

(a) massa desprezável;

(b) 0.4 kg, for homogénea e tiver secção constante.

Resolução: *Vamos admitir que a vareta está alinhada com o eixo dos x's e que a esfera de massa* 1 kg *está na origem deste eixo.*

(a) $\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(\vec{e}_x)\,\text{m}}{1\,\text{kg}+3\,\text{kg}} = (0.75\vec{e}_x)\ \text{m}$

Resolução alternativa (usando uma notação mais leve): $x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(1\,\text{m})}{(1+3)\,\text{kg}} = 0.75\,\text{m}$.

(b) $\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2+m_3\vec{r}_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(\vec{e}_x)\,\text{m}+(0.4\,\text{kg})(0.5\vec{e}_x)\,\text{m}}{1\,\text{kg}+3\,\text{kg}+0.4\,\text{kg}} = (0.73\vec{e}_x)\ \text{m}$

Resolução alternativa (usando uma notação mais leve):

$x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1\,\text{kg})(0)+(3\,\text{kg})(1\,\text{m})+(0.4\,\text{kg})(0.5\vec{e}_x)\,\text{m}}{(1+3+0.4)\,\text{kg}} = 0.73\,\text{m}$.

15. [1] Determine a resultante das forças (devido à pressão) a que está sujeito um submarino, cuja superfície exterior total é $50\,\mathrm{m}^2$, que se encontre na fossa das Marianas, no Pacífico (o ponto mais profundo dos oceanos, cuja profundidade é cerca de $10\,\mathrm{km}$). Admita que a massa volúmica da água do mar se mantém constante e de valor $1.08\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

Resolução: $p = p_0 + \rho g h = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa} + 1.08 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \times 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}} \times 10 \times 10^3\,\mathrm{m} = 1.059413 \times 10^8\,\mathrm{Pa} \approx 1.06\,\mathrm{Pa}$.

$p = \frac{F}{A} \longrightarrow F = p \times A = 1.06 \times 10^8\,\mathrm{Pa} \times 50\,\mathrm{m}^2 = 5,3\,\mathrm{N}$.

16. [1] Pretende-se elevar um carro com o peso de $10^4\,\mathrm{N}$ usando uma prensa hidráulica. Um dos seus êmbolos tem a área de $25\,\mathrm{cm}^2$ e nele exerce-se uma força de $5\,\mathrm{N}$, para manter os êmbolos ao mesmo nível. Calcule a área do outro êmbolo.

Resolução: Numa prensa hidrálica temos: $A_2/A_1 = F_2/F_1 \longrightarrow A_2 = \frac{A_1 \times F_2}{F_1} = \frac{25\,\mathrm{cm}^2 \times 10^4\,\mathrm{N}}{5\,\mathrm{N}} = 5 \times 10^4\,\mathrm{cm}^2 = 5\,\mathrm{m}^2$.

17. [2] Água flui através de uma mangueira de jardim que se encontra ligada a um aspersor (dispositivo que serve para dispersar a água por uma área maior). A mangueira tem um raio interno de $1.00\,\mathrm{cm}$, a cabeça do aspersor tem 20 orifícios, cada um com um raio de $0.500\,\mathrm{mm}$. A água move-se pela mangueira com uma velocidade de módulo $0.500\,\mathrm{m/s}$.

    (a) Determine a magnitude da velocidade com que a água sai dos orifícios do aspersor.

    (b) Calcule a pressão na mangueira necessária para produzir esta velocidade. Sugestão: a pressão quando a água sai do aspersor é a pressão atmosférica.

Resolução:

$$
\begin{aligned}
A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\
v_2 &= \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi \times (1.00\,\mathrm{cm})^2}{20 \times \pi \times (0.500\,\mathrm{mm})^2} (0.500\,\mathrm{m/s}) = 10.0 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 &= P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\
P_1 &= P_2 + \frac{1}{2}\rho \left(v_2^2 - v_1^2\right) \\
P_1 &= 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa} + \frac{1}{2} \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \left(\left(10.0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - (0.500\,\mathrm{m/s})^2\right) \\
1.511\,8 \times 10^5\,\mathrm{Pa} &\approx 1.5 \times 10^5\,\mathrm{Pa}
\end{aligned}
$$

18. [1.5] Nas aulas de prática laboratorial desta cadeira realizámos uma experiência onde se pretendia construir um balancé recorrendo a uma régua e um clip de folhas de alta capacidade.

(a) Explique por poucas palavras em que consistia a experência por nós realizada.

(b) Verificou-se que se a posição do fulcro fosse desviada do centro de massa da régua, os cálculos que havíamos feito não correspondiam ao que acontecia na realidade. Porque é que isso acontecia e como é que corrigimos os nossos cálculos?

Resolução:

Se o fulcro não estiver posicionado no centro de massa da régua e se as massas que pusermos no balancé forem comparáveis à massa da régua então temos que tomar em consideração a massa da parte esquerda da régua e a massa da parte direita da régua nos cálculos.