Cadeira: Estudo do Meio III **Época: Normal**

Ano lectivo: 2019/2020 (1º Semestre) **TESTE 1** (2019/10/24) **Duração:** 2 horas

Nome: _____Número:_____ Curso: **Educação Básica**

Cotação:	1-4	5-12	13-17	18-20	T

Algumas fórmulas:

Variação relativa percentual: $\frac{x_f - x_i}{x_i} \times 100\%$

Módulo de um vector: $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

Movimento uniforme: $v = v_0$; $x = x_0 + v_0 t$

Movimento uniformemente variado: $v = v_0 + at$; $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$\sin\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$; $\cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$; $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

Força gravítica: $F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

Força de atrito: $F_{ae\,\max} = \mu_e mg$; $F_{ac} = \mu_c mg$

Centro de massa: $\vec{r}_{\text{CM}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{r}_i}{m_i} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$

Massa volúmica: $\rho = \frac{m}{V}$

Pressão: $p = \frac{F}{A}$ Pressão a uma profundidade h: $p = p_0 + \rho gh$

Prensa hidráulica: $A_2/A_1 = F_2/F_1$

Eq. da continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2$ Eq. de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

Algumas constantes e factores de conversão: $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$; $g = 9,8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$;

$\rho_{H_2O} = 1\,\text{g}\,\text{cm}^{-3} = 10^3\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$; pressão atmosférica $= 1,013 \times 10^5\,\text{Pa}$; $1\,\text{l} = 1\,\text{dm}^3$.

1. [0.5] Converta $126\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$ em metros por segundo ($\text{m}\,\text{s}^{-1}$).

   Solução: $126\,\text{km}\,\text{h}^{-1} \times \frac{1000\,\text{m}}{1\,\text{km}} \times \frac{1\,\text{h}}{3600\,\text{s}} = 35\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. [0.75] Considere a seguinte expressão, onde F é uma força, m é uma massa, v_1 e v_2 são velocidades e t_1 e t_2 são tempos.

$$F = m\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

   Verifique se a expressão é dimensionalmente correcta.

   Resolução:

$$\text{LMT}^{-2} = \text{M}\frac{\text{LT}^{-1}}{\text{T}} = \text{LMT}^{-2}.$$

   Logo, a expressão é dimensionalmente correcta.

3. [1] Escreva os seguintes números em notação científica:

   $0,034 =$

   $-0,000203 \times 10^{-9} =$

$19 \times 10^{-2} =$

$454,5 \times 10^{6} =$

Solução: $3,4 \times 10^{-2}$ $\quad -2,03 \times 10^{-13}$ $\quad 1,9 \times 10^{-1}$ $\quad 4,545 \times 10^{8}$.

4. [0.5] Determine a ordem de grandeza de $0,017$.

   Resolução:

$$0,017 = \underbrace{1,7}_{<\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^{0} \times 10^{-2} = 10^{-2}$$

5. [1] Quantas ordens de grandeza tem o número $0,04$ a menos que $0,52$?

   Resolução:

$$\begin{aligned} 0,04 &= \underbrace{4,0}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^{-1} \\ 0,52 &= \underbrace{5,2}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-1} \sim 10^{1} \times 10^{-1} = 10^{0} \end{aligned}$$

   Para comparar a ordem de grandeza vamos encontrar o quociente entre as duas

$$\frac{10^{-1}}{10^{0}} = 10^{-1}$$

   Assim, podemos dizer que o número $0,04$ tem uma ordem de grandeza a menos que $0,52$.

6. [1] Contrariando a tendência de aumento dos preços, um produto viu o seu preço reduzido de 1.42 € para 1.38 €. Determine a variação relativa percentual do preço do produto?

   Resolução: $\frac{1.38-1.42}{1.42} \times 100\% = -2.8169 \times 10^{-2} \times 100\% \approx -2.8\%$.

7. [1] Uma grandeza aumentou 3/5 do valor inicial. Quanto foi a sua variação relativa percentual?

   Resolução:

   $x_f = x_i + \frac{3}{5}x_i \longrightarrow \frac{x_f - x_i}{x_i} \times 100\% = \frac{x_i + \frac{3}{5}x_i - x_i}{x_i} \times 100\% = \frac{3}{5} \times 100\% = 0,6 \times 100\% = 60\%$

8. [1] Uma pessoa vai em média à casa de banho 5 vezes por dia. Faça uma estimativa da ordem de grandeza do número total de vezes que essa pessoa terá ido durante 30 anos.

   Resolução:

$$\frac{5 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 30 \text{ ano} = 5 \times 365 \times 30 \text{ vezes}$$

   Como estamos interessados em ordens de grandeza vamos estimar a ordem de grandeza de cada um dos factores:

   $5 \sim 10^{1}$; $365 \sim 10^{3}$; $30 \sim 10^{1}$. Assim, a pessoa terá ido à casa de banho aproximadamente

$$10^{1} \times 10^{3} \times 10^{1} \text{ vezes} = 10^{5} \text{ vezes}$$

A título de curiosidade, o valor sem arredondamentos seria:

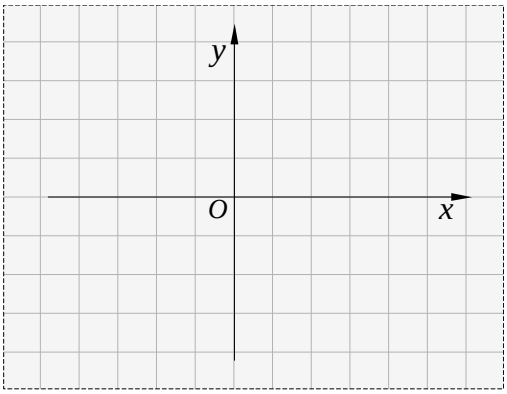
$$\frac{5 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 30 \text{ ano} = 5 \times 365 \times 30 \text{ vezes}$$
$$54750.0 \text{ vezes} \approx 5.4750 \times 10^4 \text{ vezes}$$

Ou seja, a nossa estimativa apresentou um desvio de cerca de $\left|\frac{5.4750\times10^4-10^5}{5.4750\times10^4}\right| \times 100\% = 82.648\% \approx 83\%$.

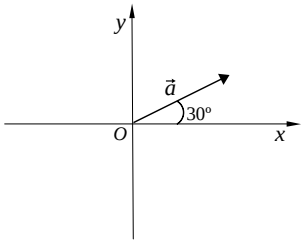
9. [0,5] Considere os vectores $\mathbf{A} = (2;3)$ e $\mathbf{B} = (-5;7)$. Determine as componentes do vector soma $\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ e do vector diferença $\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$.

Resolução: $\mathbf{S} = \mathbf{A}+\mathbf{B} = (2;3)+(-5;7) = (2-5;3+7) = (-3;10)$. $\mathbf{D} = \mathbf{A}-\mathbf{B} = \mathbf{A}+(-\mathbf{B}) = (2;3)+(5;-7) = (7;-4)$.

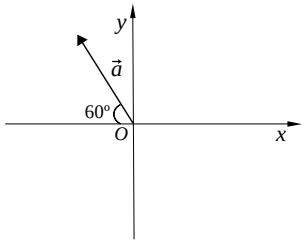
10. [0.75] Represente os vectores $\mathbf{L} = (2,4)$, $\mathbf{K} = (4,-2)$ e $\mathbf{M} = (-5,-3)$ na seguinte figura



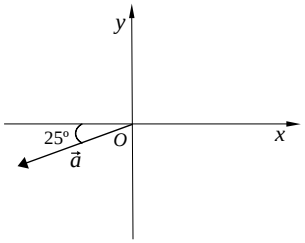
11. [2] Sabendo que o módulo do vector $\vec{a}$ representado na figura é igual a 5.00, escreva o valor das componentes a_x e a_y para cada um dos casos.



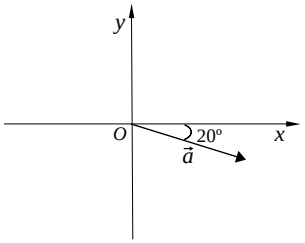
(a)



(b)



(c)



(d)

$\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$

Resolução:

$$\text{(a):} \begin{cases} a_x = 5.00\cos 30\,^\circ = 4.33 \\ a_y = 5.00\sin 30\,^\circ = 2.50 \end{cases}$$

$$\text{(b):} \begin{cases} a_x = 5.00\cos 120\,^\circ = 5.00\cos(-240\,^\circ) = -2.50 \\ a_y = 5.00\sin 120\,^\circ = 5.00\sin(-240\,^\circ) = 4.33 \end{cases}$$

$$\text{(c):} \left\{ \begin{array}{l} a_x = 5.00 \cos 205\,^\circ = 5.00 \cos\left(-155\,^\circ\right) = -4.53 \\ a_y = 5.00 \sin 205\,^\circ = 5.00 \sin\left(-155\,^\circ\right) = -2.11 \end{array} \right.$$

$$\text{(d):} \left\{ \begin{array}{l} a_x = 5.00 \cos\left(-20\,^\circ\right) = 4.70 \\ a_y = 5.00 \sin\left(-20\,^\circ\right) = -1.71 \end{array} \right.$$

12. [0.5] A aceleração de uma partícula em função do tempo é dada por $a = 5t^2 + 0.4t + 0.2$ (SI). Determine a aceleração para $t = 2\,\text{s}$.

Resolução:

$$a\,(2\,\text{s}) = 5\,(2)^2 + 0.4\,(2) + 0.2 = 21\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

13. [1] Um carro está a viajar com uma velocidade de módulo $120\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$ em movimento rectilíneo. De repente avista um obstáculo na estrada e para evitar a colisão pressiona o pedal do travão, isso faz com que o carro que viajava com velocidade constante comece a reduzir a sua velocidade a uma taxa constante de $-3\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.

    (a) Quanto tempo demora o carro a parar?

    (b) Que distância percorre o carro até parar depois de ter começado a travar?

Resolução:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v &= v_0 + at \Leftrightarrow 0 = v_0 + at \Leftrightarrow t = -\frac{v_0}{a} \\ \text{(a):} \quad & t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{120\,\text{km}\,\text{h}^{-1}}{-3\,\text{m}\,\text{s}^{-2}} = 11.111\,\text{s} \approx 11.1\,\text{s}. \\ \text{(b):} \quad & \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 120\,\text{km}\,\text{h}^{-1} \times 11.1\,\text{s} + \frac{1}{2}\left(-3\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\right) \times (11.1\,\text{s})^2 \\ &= 185.185\,\text{m} \approx 185.2\,\text{m}. \end{aligned}$$

14. [1.5] Um corpo adquire uma aceleração de módulo $2.5\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$ quando sujeito às forças $\vec{F}_1 = (1.50\vec{e}_x + 1.30\vec{e}_y)\,\text{N}$ e $\vec{F}_2 = (-3.00\vec{e}_x - 2.50\vec{e}_y)\,\text{N}$.

    (a) Qual é a direcção da aceleração?

    (b) Qual é a massa do corpo?

Resolução:

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = [(1.50 - 3.00)\vec{e}_x + (1.30 - 2.50)\vec{e}_y]\,\text{N} = (-1.50\vec{e}_x - 1.20\vec{e}_y)\,\text{N}$

$\vec{F}_R = m\vec{a}$: $\tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{1.20}{1.50} = 0.8 \Rightarrow \theta = \arctan(0.8) = 0.67474094\,\text{rad} = 38.659808\,^\circ \approx 38.7\,^\circ$.

Como este ângulo se encontra no terceiro quadrante o ângulo em relação ao semi-eixo positivo do x's é: $180\,^\circ + 38.7\,^\circ = 218.7\,^\circ$.

Ou seja, a força resultante e, por conseguinte, a aceleração formam um ângulo de $218.7\,^\circ$ com o semi-eixo positivo dos x's.

$m = \frac{F_R}{a} = \frac{\sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}}{a} = \frac{\sqrt{(-1.50\,\text{N})^2 + (-1.20\,\text{N})^2}}{2.5\,\text{m}\,\text{s}^{-2}} = 0.76837491\,\text{kg} \approx 0.77\,\text{kg}$.

15. [0.5] Calcule o valor da força gravítica entre dois corpos de massas $m_1 = 1.5\,\text{kg}$ e $m_2 = 450\,\text{g}$ que se encontram a uma distância de $d = 50 \times 10^{-6}\,\text{m}$.

Resolução:

$$\begin{aligned} F &= G\frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{\left(6.67 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}\right)(1.5\,\text{kg})(0.450\,\text{kg})}{(50 \times 10^{-6}\,\text{m})^2} \\ &= 1.8009 \times 10^{-2}\,\text{N} \approx 1.8 \times 10^{-2}\,\text{N}. \end{aligned}$$

16. [1] Um corpo de 2.0 kg de massa está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície é 0.3 e o coeficiente de atrito cinético 0.2.

    (a) Determine o módulo da força mínima que provoca o início do movimento do corpo.

    (b) Determine o módulo da força mínima que mantém o corpo em movimento, uma vez iniciado este.

Resolução:

$F_{ae\,\max} = \mu_e mg = (0.3)(2.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) = 5.88\,\text{N} \approx 5.9\,\text{N}$

$F_{ac} = \mu_c mg = (0.2)(2.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) = 3.92\,\text{N} \approx 3.9\,\text{N}$

(a) $F_{\min}$ (que provoca o início do movimento) $= F_{ae\,\max} = 5.9\,\text{N}$

(b) $F_{\min}$ (que mantém o corpo em movimento) $= F_{ac} = 3.9\,\text{N}$

17. [1.5] Duas esferas pequenas, que se consideram pontos materiais, uma com 1 kg e outra com 3 kg, estão ligadas uma à outra por uma vareta com 1 m de comprimento. Determine a posição do centro de massa do sistema, se a vareta tiver:

    (a) massa desprezável;

    (b) 0.4 kg, for homogénea e tiver secção constante.

Resolução: *Vamos admitir que a vareta está alinhada com o eixo dos x's e que a esfera de massa* 1 kg *está na origem deste eixo.*

(a) $\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2} = \frac{(1\,\mathrm{kg})(0)+(3\,\mathrm{kg})(\vec{e}_x)\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{kg}+3\,\mathrm{kg}} = (0.75\vec{e}_x)\ \mathrm{m}$

Resolução alternativa (usando uma notação mais leve): $x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{(1\,\mathrm{kg})(0)+(3\,\mathrm{kg})(1\,\mathrm{m})}{(1+3)\,\mathrm{kg}} = 0.75\,\mathrm{m}$.

(b) $\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2+m_3\vec{r}_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1\,\mathrm{kg})(0)+(3\,\mathrm{kg})(\vec{e}_x)\,\mathrm{m}+(0.4\,\mathrm{kg})(0.5\vec{e}_x)\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{kg}+3\,\mathrm{kg}+0.4\,\mathrm{kg}} = (0.73\vec{e}_x)\ \mathrm{m}$

Resolução alternativa (usando uma notação mais leve):
$x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1\,\mathrm{kg})(0)+(3\,\mathrm{kg})(1\,\mathrm{m})+(0.4\,\mathrm{kg})(0.5\vec{e}_x)\,\mathrm{m}}{(1+3+0.4)\,\mathrm{kg}} = 0.73\,\mathrm{m}$.

18. [1.5] Num cano de área de secção transversal $4.0\,\mathrm{cm}^2$ água move-se com uma velocidade de $5.0\,\mathrm{m\,s}^{-1}$. A água desce gradualmente 7 m à medida que o cano aumenta a sua área para $8.0\,\mathrm{cm}^2$.

(a) Qual é a velocidade da água no nível mais baixo?

(b) Se a pressão ao nível mais elevado for $2 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$, qual será a pressão ao nível mais baixo?

Resolução:

(a) Eq. da continuidade: $A_1v_1 = A_2v_2 \longrightarrow A_1v_1 = 2A_1v_2 \longrightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} = \frac{5.0}{2} = 2.5\,\mathrm{m/\,s}$

(b) Eq de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

$p_2 = p_1 + \rho\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) + \rho g\left(h_1 - h_2\right)$

$p_2 = p_1 + \rho\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) + \rho g\left(h_1 - h_2\right)$

$p_2 = 2{\times}10^5\,\mathrm{Pa}+(1000\,\mathrm{kg\,m}^{-3})\,\frac{1}{2}\left((5.0\,\mathrm{m\,s}^{-1})^2 - (2.5\,\mathrm{m\,s}^{-1})^2\right)+(1000\,\mathrm{kg\,m}^{-3})\,(9.8\,\mathrm{m/\,s}^2)\,(7\,\mathrm{m})$

$= 2 \times 10^5\,\mathrm{Pa} + 9375.0\,\mathrm{Pa} + 68600.0\,\mathrm{Pa} = 277975\,\mathrm{Pa} \approx 2.8 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.

19. [1] Determine a resultante das forças (devido à pressão) a que está sujeito um submarino, cuja superfície exterior total é $50\,\mathrm{m}^2$, que se encontre na fossa das Marianas, no Pacífico (o ponto mais profundo dos oceanos, cuja profundidade é cerca de 10 km). Admita que a massa volúmica da água do mar se mantém constante e de valor $1.08\,\mathrm{g\,cm}^{-3}$.

Resolução: $p = p_0 + \rho g h = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa} + 1.08 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m}^{-3} \times 9.8\,\mathrm{m\,s}^{-2} \times 10 \times 10^3\,\mathrm{m} = 1.059413 \times 10^8\,\mathrm{Pa} \approx 1.06 \times 10^8\,\mathrm{Pa}$.

$p = \frac{F}{A} \longrightarrow F = p \times A = 1.06 \times 10^8\,\mathrm{Pa} \times 50\,\mathrm{m}^2 = 5,3 \times 10^9\,\mathrm{N}$.

20. [1.5] Numa artéria formou-se uma placa arteriosclerótica, que reduz a área transversal a 1/5 do valor normal. Sabendo que a velocidade e pressão arterial médias do sangue nessa artéria são $0.12\,\mathrm{m\,s}^{-1}$ e 100 mmHg, determine a variação relativa da pressão arterial média causada pela placa. (Massa volúmica do sangue: $1.056 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m}^{-3}$; $760\,\mathrm{mmHg} \approx 10^5\,\mathrm{Pa}$.)

Resolução:

$$\begin{aligned} A_1v_1 &= A_2v_2 \\ v_2 &= \frac{A_1}{A_2}v_1 = 5v_1 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 &= P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\
P_2 - P_1 &= \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(1 - 25\right) = 12 \times 1.056 \times 10^3 \,\mathrm{kg\,m^{-3}} \times \left(0.12 \,\mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2 \\
P_2 - P_1 &= 182.48 \,\mathrm{Pa}
\end{aligned}
$$

$$
\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 182.48 \,\mathrm{Pa} \times \frac{760 \,\mathrm{mmHg}}{100 \,\mathrm{mmHg} \times 10^5 \,\mathrm{Pa}} = 1.4\%
$$