Cadeira: Estudo do Meio Físico-Natural I **Época: Normal**

Ano lectivo: 2016/2017 (1º Semestre) **TESTE 1** (2016/10/24) **Duração:** 2 horas

Nome: ______________________________ Número:__________ Curso: **Educação Básica**

Cotação:	1-4	5-10	11-15	16-19	T

Algumas fórmulas:

Variação relativa percentual: $\frac{x_f - x_i}{x_i} \times 100\%$

Módulo de um vector: $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

Movimento uniforme: $v = v_0; \qquad x = x_0 + v_0 t$

Movimento uniformemente variado: $v = v_0 + at; \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$\sin\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}; \qquad \cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}; \qquad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

Força gravítica: $F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

Força de atrito: $F_{ae\,\max} = \mu_e mg; \qquad F_{ac} = \mu_c mg$

Centro de massa: $\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{r}_i}{m_i} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$

Massa volúmica: $\rho = \frac{m}{V}$

Pressão: $p = \frac{F}{A}$ Pressão a uma profundidade h: $p = p_0 + \rho g h$

Prensa hidráulica: $A_2/A_1 = F_2/F_1$

Eq. da continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2$ Eq. de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

Algumas constantes e factores de conversão: $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$; $g = 9,8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$; $\rho_{H_2O} = 1\,\mathrm{g\,cm^{-3}} = 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; pressão atmosférica $= 1,013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; $1\,\mathrm{l} = 1\,\mathrm{dm^3}$.

1. [0.75] Considere a seguinte expressão, onde F é uma força, m é uma massa, v é uma velocidade e r é um raio.

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

Verifique se a expressão é dimensionalmente correcta.

Resolução:

$$\mathrm{LMT^{-2}} = \mathrm{M}\frac{\left(\mathrm{LT^{-1}}\right)^2}{\mathrm{L}} = \mathrm{LMT^{-2}}.$$

Logo, a expressão é dimensionalmente correcta.

2. [1] Escreva os seguintes números em notação científica:

$0,034 =$

$0,002133 \times 10^4 =$

$102934 \times 10^{-2} =$

$0,045 \times 10^{-5} =$

Solução: $3,4 \times 10^{-2}$ $\qquad 2,133 \times 10^1$ $\qquad 1,0293 \times 10^3$ $\qquad 4,5 \times 10^{-7}$.

3. [0.5] Determine a ordem de grandeza de $0,3157$.

Resolução:

$$0,3157 = \underbrace{3,157}_{<\sqrt{10}} \times 10^{-1} \sim 10^0 \times 10^{-1} = 10^{-1}$$

4. [1] Quantas ordens de grandeza tem o número $0,03$ a menos que $0,052$?

Resolução:

$$\begin{aligned} 0,03 &= \underbrace{3,0}_{<\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^{-2} \\ 0,052 &= \underbrace{5,2}_{>\sqrt{10}} \times 10^{-2} \sim 10^1 \times 10^{-2} = 10^{-1} \end{aligned}$$

Para comparar a ordem de grandeza vamos encontrar o quociente entre as duas

$$\frac{10^{-2}}{10^{-1}} = 10^{-1}$$

Assim, podemos dizer que o número $0,03$ tem uma ordem de grandeza a menos que $0,052$.

5. [0.5] O aumento dos preços reflectiu-se no preço da electricidade. O kW h que antes custava 0.21 € passou a custar 0.28 €. Determine a variação relativa percentual do preço da electricidade?

Resolução: $\frac{0.28-0.21}{0.21} \times 100\% = 33.3333\% \approx 33\%$.

6. [1] Considerando que uma pessoa come em média 3 vezes por dia. Faça uma estimativa da ordem de grandeza do número total de vezes que essa pessoa terá comido durante 7 décadas.

Resolução:

$$\frac{3 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 70 \text{ ano} = 3 \times 365 \times 70 \text{ vezes}$$

Como estamos interessados em ordens de grandeza vamos estimar a ordem de grandeza de cada um dos factores:

$3 \sim 10^0$; $365 \sim 10^3$; $70 \sim 10^2$. Assim, a pessoa terá comido aproximadamente

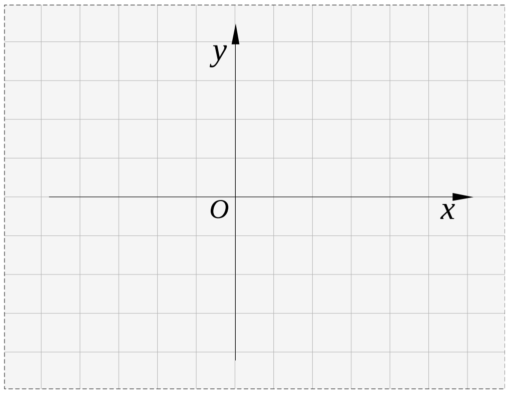
$$10^0 \times 10^3 \times 10^2 \text{ vezes} = 10^5 \text{ vezes}$$

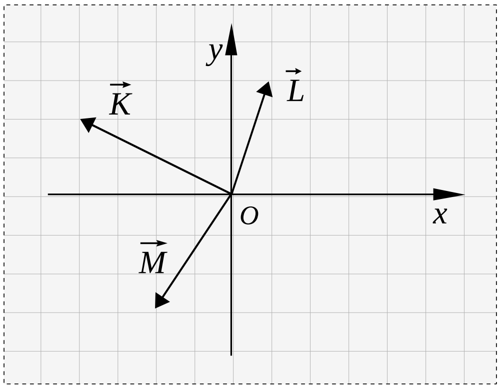
A título de curiosidade, o valor sem arredondamentos seria:

$$\begin{gathered} \frac{3 \text{ vezes}}{1 \text{ dia}} \times \frac{365 \text{ dia}}{1 \text{ ano}} \times 70 \text{ ano} = 3 \times 365 \times 70 \text{ vezes} \\ 76\,650 \text{ vezes} \approx 7.665 \times 10^4 \text{ vezes} \end{gathered}$$

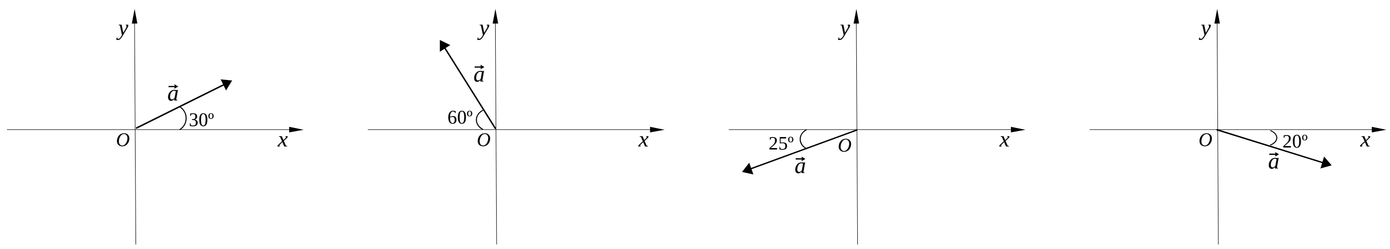
Ou seja, a nossa estimativa apresentou um desvio de cerca de $\left|\frac{7.665\times10^4-10^5}{7.665\times10^4}\right| \times 100\% = 30.463\% \approx 30\%$.

7. [0.75] Represente os vectores $\mathbf{L} = (1, 3)$, $\mathbf{K} = (-4, 2)$ e $\mathbf{M} = (-2, -3)$ na seguinte figura





8. [2] Sabendo que o módulo do vector $\vec{a}$ representado na figura é igual a 5.00, escreva o valor das componentes a_x e a_y para cada um dos casos.



(a) (b) (c) (d)

$\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases}$

Resolução:

$$\text{(a):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos 30\,^\circ = 4.33 \\ a_y = 5.00 \sin 30\,^\circ = 2.50 \end{cases}$$

$$\text{(b):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos 120\,^\circ = 5.00 \cos(-240\,^\circ) = -2.50 \\ a_y = 5.00 \sin 120\,^\circ = 5.00 \sin(-240\,^\circ) = 4.33 \end{cases}$$

$$\text{(c):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos 205\,^\circ = 5.00 \cos(-155\,^\circ) = -4.53 \\ a_y = 5.00 \sin 205\,^\circ = 5.00 \sin(-155\,^\circ) = -2.11 \end{cases}$$

$$\text{(d):} \begin{cases} a_x = 5.00 \cos(-20\,^\circ) = 4.70 \\ a_y = 5.00 \sin(-20\,^\circ) = -1.71 \end{cases}$$

9. [1] A posição de uma partícula em função do tempo é dada por $x = 0.3t^3 + 0.4t^2 + 0.5$ (SI). Determine a posição inicial da partícula e a posição para $t = 5\,\mathrm{s}$.

Resolução:

$$\begin{aligned} x\,(0\,\mathrm{s}) &= 0.3\,(0)^3 + 0.4\,(0)^2 + 0.5 = 0.5\,\mathrm{m} \\ x\,(5\,\mathrm{s}) &= 0.3\,(5)^3 + 0.4\,(5)^2 + 0.5 = 48\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

10. $[1,5]$ Um automóvel entra numa ponte com velocidade de módulo $36\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ e, após percorrê-la com aceleração constante $a = 2\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, atinge a outra extremidade com velocidade de módulo $72\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Determine o comprimento da ponte.

Resolução:

$$\begin{aligned} v_0 &= 36\,\mathrm{km\,h^{-1}} = \frac{36\times 10^3\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}; \qquad v = 72\,\mathrm{km\,h^{-1}} = 20\,\mathrm{m\,s^{-1}} \\ v &= v_0 + at \Leftrightarrow 20 = 10 + (2)\,t \Leftrightarrow t = \frac{10}{2} = 5\,\mathrm{s} \\ x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x = x - x_0 = 10\times 5 + \frac{1}{2}\times 2\times 5^2 = 50 + 25 = 75\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

11. [1.5] Um corpo adquire uma aceleração de módulo $2.5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ quando sujeito às forças $\vec{F}_1 = (1.50\vec{e}_x + 1.30\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$ e $\vec{F}_2 = (-3.00\vec{e}_x - 2.50\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$.

    (a) Qual é a direcção da aceleração?

    (b) Qual é a massa do corpo?

Resolução:

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = [(1.50 - 3.00)\vec{e}_x + (1.30 - 2.50)\vec{e}_y]\ \mathrm{N} = (-1.50\vec{e}_x - 1.20\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$

$\vec{F}_R = m\vec{a} : \tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{1.20}{1.50} = 0.8 \Rightarrow \theta = \arctan(0.8) = 0.674\,74\,\mathrm{rad} = 38.660\,^\circ \approx 38.7\,^\circ$

Como este ângulo se encontra no terceiro quadrante o ângulo em relação ao semi-eixo positivo do x's é: $180\,^\circ + 38.7\,^\circ = 218.7\,^\circ$.

Ou seja, a força resultante e, por conseguinte, a aceleração formam um ângulo de $218.7\,^\circ$ com o semi-eixo positivo dos x's.

$m = \frac{F_R}{a} = \frac{\sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}}{a} = \frac{\sqrt{(-1.50\,\mathrm{N})^2 + (-1.20\,\mathrm{N})^2}}{2.5\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 0.768\,37\,\mathrm{kg} \approx 0.77\,\mathrm{kg}$.

12. [0.5] Um rapaz de $70\,\mathrm{kg}$ de massa encontra-se a $10\,\mathrm{m}$ de uma rapariga de $50\,\mathrm{kg}$ de massa. Determine a intensidade da força de atração (gravitacional) entre ambos.

Resolução:

$$
\begin{aligned}
F &= G\frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{\left(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}\right)(70\,\mathrm{kg})(50\,\mathrm{kg})}{(10\,\mathrm{m})^2} \\
&= 2.3345 \times 10^{-9}\,\mathrm{N} \approx 2.3 \times 10^{-9}\,\mathrm{N}.
\end{aligned}
$$

13. [1.5] Um corpo de $5\,\mathrm{kg}$ de massa está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície é 0.40 e o coeficiente de atrito cinético 0.30.

    (a) Qual é o módulo da força mínima que provoca o início do movimento do corpo?

    (b) Qual é o módulo da força mínima que mantém o corpo em movimento, uma vez iniciado este?

    (c) Calcule o módulo da força de atrito se aplicarmos uma força horizontal de $12\,\mathrm{N}$ sobre o corpo.

    (d) Se a força horizontal é de $50\,\mathrm{N}$, qual é o módulo da força de atrito?

Resolução:

$F_{ae\,\max} = \mu_e mg = (0.40)(5\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 19.6\,\mathrm{N}$

$F_{ac} = \mu_c mg = (0.30)(5\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 14.7\,\mathrm{N}$

(a) $F_{\min}$ (que provoca o início do movimento) $= F_{ae\,\max} = 19.6\,\mathrm{N}$

(b) $F_{\min}$ (que mantém o corpo em movimento) $= F_{ac} = 14.7\,\mathrm{N}$

(c) $F = 12\,\mathrm{N} \Rightarrow F_a = F = 12\,\mathrm{N}$

(d) $F = 50\,\mathrm{N} \Rightarrow F_a = F_{ac} = 14.7\,\mathrm{N}$

14. [1, 5] Três corpos de massas $m_1 = 1,2\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 2,5\,\mathrm{kg}$, $m_3 = 3,4\,\mathrm{kg}$ formam um triângulo equilátero cujos lados têm de comprimento $140\,\mathrm{cm}$. Considere que o corpo de massa m_1 se encontra na origem dum sistema de eixos cartesiano e que o corpo de massa m_2 se encontro no topo do triângulo equilátero. Determine o centro de massa do sistema formado pelos três corpos em relação a este sistema de eixos.

Resolução:

O corpo que se encontra na extremidade de cima tem de coordenada y: $1,40^2 = 0,70^2 + y^2 \longrightarrow y^2 = \sqrt{1,40^2 - 0,70^2} = \sqrt{1.47} \approx 1.21\,\mathrm{m}$

Ou em alternativa: $y = 1,40 \times \sin 60\,^{\circ} \approx 1.21\,\mathrm{m}$

$\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2+m_3\vec{r}_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1{,}2\,\mathrm{kg})(0;0)+(2{,}5\,\mathrm{kg})(0{,}70;1{,}21)\,\mathrm{m}+(3{,}4\,\mathrm{kg})(1{,}40;0)\,\mathrm{m}}{1{,}2\,\mathrm{kg}+2{,}5\,\mathrm{kg}+3{,}4\,\mathrm{kg}} =$
$\frac{(1.75;3.025)+(4.76;0)}{7.1}\,\mathrm{m} = \left(\frac{6.51}{7.1};\frac{3.025}{7.1}\right)\,\mathrm{m} = (0.92; 0.43)\,\mathrm{m}.$

15. [0.5] Calcule o aumento de pressão no fluido de uma seringa quando uma enfermeira aplica uma força de $42\,\mathrm{N}$ ao pistão circular da seringa que tem de raio $1,1\,\mathrm{cm}$.

Resolução:

$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{42\,\mathrm{N}}{\pi(0.011\,\mathrm{m})^2} = 110488\,\mathrm{Pa} \approx 1.1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}.$

16. [0.5] O sangue flui de uma artéria de raio $0.3\,\mathrm{cm}$, onde a velocidade é $10\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$, para uma região onde o raio é reduzido para $0.2\,\mathrm{cm}$ devido ao espessamento das paredes arteriais (arteriosclerose). Qual é a velocidade do sangue na região mais estreita?

Resolução:

Eq. da continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2 \longrightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} v_1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 v_1 = \left(\frac{0.3\,\mathrm{cm}}{0.2\,\mathrm{cm}}\right)^2 (10\,\mathrm{cm\,s^{-1}}) = 22.5\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}.$

17. [1] Encontre a pressão a uma profundidade de $15\,\mathrm{m}$ na água do mar, assuma que a massa volúmica da água do mar é de cerca de $1.25\,\mathrm{kg/l}$.

Resolução: $p = p_0 + \rho g h = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa} + 1.25 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \times 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}} \times 15\,\mathrm{m} = 2.85050 \times 10^5\,\mathrm{Pa}.$

18. [1.5] Num cano de área de secção transversal $4.0\,\mathrm{cm}^2$ água move-se com uma velocidade de $5.0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. A água desce gradualmente $7\,\mathrm{m}$ à medida que o cano aumenta a sua área para $8.0\,\mathrm{cm}^2$.

    (a) Qual é a velocidade da água no nível mais baixo?

    (b) Se a pressão ao nível mais elevado for $2 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$, qual será a pressão ao nível mais baixo?

    Resolução:

    (a) Eq. da continuidade: $A_1 v_1 = A_2 v_2 \longrightarrow A_1 v_1 = 2A_1 v_2 \longrightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} = \frac{5.0}{2} = 2.5\,\mathrm{m/\,s}$

    (b) Eq de Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$
    $p_2 = p_1 + \rho\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) + \rho g\left(h_1 - h_2\right)$
    $p_2 = p_1 + \rho\frac{1}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) + \rho g\left(h_1 - h_2\right)$
    $p_2 = 2\times10^5\,\mathrm{Pa} + (1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}})\,\frac{1}{2}\left((5.0\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2 - (2.5\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2\right) + (1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}})\,(9.8\,\mathrm{m/\,s^2})\,(7\,\mathrm{m})$
    $= 2 \times 10^5\,\mathrm{Pa} + 9375.0\,\mathrm{Pa} + 68600.0\,\mathrm{Pa} = 277975\,\mathrm{Pa} \approx 2.8 \times 10^5\,\mathrm{Pa}.$

19. [1.5] Nas aulas de prática laboratorial desta cadeira realizámos uma experiência onde se pretendia construir um balancé recorrendo a uma régua e um clip de folhas de alta capacidade.

    (a) Explique por poucas palavras em que consistia a experência por nós realizada.

    (b) Verificou-se que se a posição do fulcro fosse desviada do centro de massa da régua, os cálculos que havíamos feito não correspondiam ao que acontecia na realidade. Porque é que isso acontecia e como é que corrigimos os nossos cálculos?

    Resolução:

    Se o fulcro não estiver posicionado no centro de massa da régua e se as massas que pusermos no balancé forem comparáveis à massa da régua então temos que tomar em consideração a massa da parte esquerda da régua e a massa da parte direita da régua nos cálculos.