

1. Objetivos

Determinar o centro de massa de um objeto plano.

2. Introdução

O centro de massa de um conjunto de N corpos pontuais é definido pelo vetor posição:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (1)$$

em que m_i representa a massa do corpo i e \vec{r}_i o vetor posição. Para cada uma das coordenadas esta expressão pode ser decomposta nas seguintes coordenadas:

$$X_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (2)$$

$$Y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (3)$$

$$Z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (4)$$

Para um corpo contínuo (sólido) a definição é idêntica, sendo o corpo tomado como um conjunto de corpos de pequenas dimensões. O centro de massa de um corpo corresponde ao centro de gravidade do mesmo, se o corpo for homogêneo, e nesse caso o centro de massa corresponde ao centro geométrico do mesmo. Por exemplo, num retângulo o centro de massa é o ponto de encontro das diagonais, num triângulo é o ponto de encontro das medianas, numa circunferência corresponde ao centro desta, etc.

No cálculo do centro de massa de um objeto plano, homogêneo e cuja a espessura é desprezável quando comparada com as outras dimensões, podemos proceder do seguinte modo:

- Identificar cada uma das arestas.
- Estabelecer um referencial.
- Dividir em dois retângulos e representar o centro geométrico de cada retângulo.

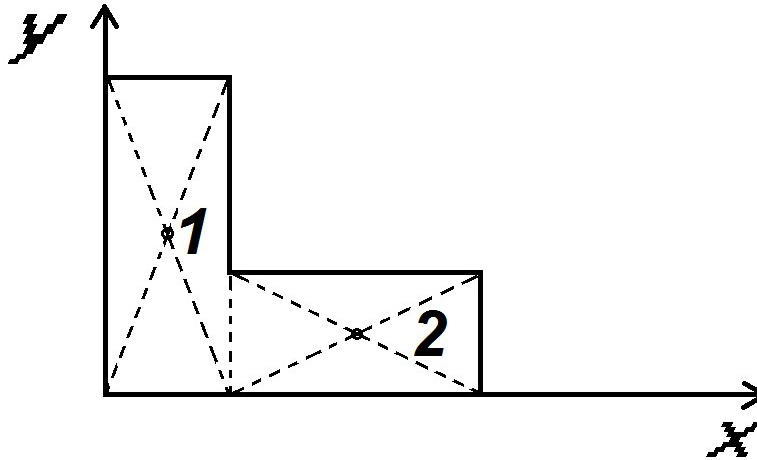


Figura 1 – Esquema de uma chapa em forma de L.

De acordo com a definição de centro de massa, o vetor posição do centro de massa desta chapa é

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_{cm1} + m_2 \vec{r}_{cm2}}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

onde m_1 é a massa da chapa 1, m_2 é a massa da chapa 2. \vec{r}_{cm1} e \vec{r}_{cm2} são os vetores posição do centro de massa de m_1 e m_2 (pontos de interseção das diagonais). O $m_1 + m_2 = m$ é a massa da chapa.

Tendo em conta as expressões definidas em (2) e (5) podemos determinar as coordenadas (X_{cm}, Y_{cm}) do centro de massa da chapa:

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_{cm1} + m_2 x_{cm2}}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

$$Y_{cm} = \frac{m_1 y_{cm1} + m_2 y_{cm2}}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

em que (x_{cm1}, x_{cm2}) e (y_{cm1}, y_{cm2}) representam as coordenadas (x, y) dos centros geométricos dos retângulos 1 e 2 como mostra a figura 1.

Assumindo que a chapa é homogênea, a massa volúmica (ρ) é uma constante para qualquer porção da chapa, assim podemos escrever:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho V \Leftrightarrow m = \rho h A \quad (8)$$

onde h é a espessura e A é a área. Substituindo $m = \rho h A$ em (6) obtém-se:

$$X_{cm} = \frac{\rho h A_1 x_{cm1} + \rho h A_2 x_{cm2}}{\rho h A_1 + \rho h A_2} \quad (9)$$

eliminando os termos comuns no numerador e denominador (ρh) vem finalmente:

$$X_{cm} = \frac{A_1 x_{cm1} + A_2 x_{cm2}}{A_1 + A_2} \quad (10)$$

Procede-se da mesma forma para simplificar a expressão (7), de onde vem:

$$Y_{cm} = \frac{A_1 y_{cm1} + A_2 y_{cm2}}{A_1 + A_2} \quad (11)$$

Verifica-se que basta conhecer os centros geométricos (x_{cm1}, y_{cm1}) e (x_{cm2}, y_{cm2}) e as áreas A_1 e A_2

3. Material e montagem experimental

Chapa metálica, régua ou craveira, suporte de suspensão da chapa, fio-de-prumo.

Figura 2 : montagem experimental.

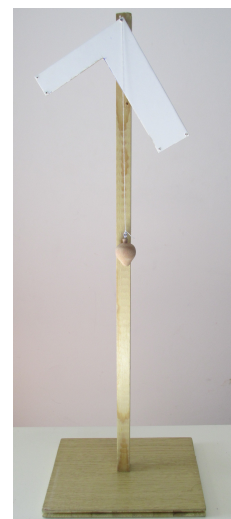


Figura 2

4. Procedimento

Propomos duas experiências com metodologias distintas: método 1 e método 2. O método 1 consiste em realizar medidas diretas e o método 2 medidas indiretas. Os seguintes itens descrevem o procedimento.

4.1 Método 1

1. Verifique que tem um fio-de-prumo.
2. Insira o orifício do vértice no ponteiro.
3. Utilize o fio-de-prumo para ver a vertical.
4. Assinale com um marcador pelo menos dois pontos alinhados com ao fio-de-prumo.
5. Repita o procedimento 2 → 3 para os restante orifícios localizados nos outros vértices.

4.2 Método 2

1. Desenhe a chapa com forma de L no caderno e trace um referencial adequado.
2. Assinale os centros geométricos dos retângulos.
3. Faça as medidas necessárias de modo a substituir as coordenadas e as áreas nas equações (10) e (11).

5. Tratamento de dados experimentais

5.1 Método 1

1. Coloque a chapa no caderno, contorne-a com um lápis ou caneta de modo a registrar a sua forma.
2. Com base nas marcas registradas experimentalmente trace os segmentos de reta.
3. Determine o ponto de interseção dos segmentos de reta estabelecidos com o fio-de-prumo.
4. Caso os traços não se intercetem, considere como centro de massa o centro de uma circunferência que inclua todos as interseções. O erro será o raio desta circunferência.

5.2 Método 2

1. Utilizando as expressões (10) determine a coordenada X_{cm} .
2. Determine o valor do erro máximo ΔX_{cm} .

5.3 Comparação dos dois métodos

Compare os valores obtidos pelos dois métodos.